গণিতের জাদু

আব্দুল কাইয়ুম

গণিতের জাদু

গণিতের জাদু

আব্দুল কাইয়ুম

প্রথমা
প্রকাশন

গণিতের জাদু
গ্রন্থস্বত্ব © আব্দুল কাইয়ুম
ষষ্ঠ মুদ্রণ : ফাল্গুন ১৪২৩, মার্চ ২০১৭
প্রথম প্রকাশ : পৌষ ১৪২০, জানুয়ারি ২০১৪
প্রকাশক : প্রথমা প্রকাশন
সিএ ভবন, ১০০ কাজী নজরুল ইসলাম অ্যাভিনিউ
কারওয়ান বাজার, ঢাকা ১২১৫, বাংলাদেশ
প্রচ্ছদ ও অলংকরণ : মাসুক হেলাল
মুদ্রণ : কমলা প্রিন্টার্স
৪১ তোপখানা, ঢাকা ১০০০

সেকায়েপ-নির্ধারিত মূল্যে সরবরাহকৃত

Goniter Jadu
by Abdul Quayum
Published in Bangladesh by Prothoma Prokashan
CA Bhaban, 100 Kazi Nazrul Islam Avenue
Karwan Bazar, Dhaka 1215, Bangladesh
Telephone : 8180078-81
e-mail : prothoma@prothom-alo.info

ISBN 978 984 90659 2 0

উৎসর্গ

নতুন প্রজন্মের কিশোর-কিশোরীদের জন্য, যারা প্রতিবছর
জাতীয় গণিত উৎসব ও গণিত অলিম্পিয়াড প্রতিযোগিতায়
অংশ নিয়ে দেশে ও বিদেশে অসামান্য
সাফল্যের স্বাক্ষর রেখে চলেছে

সূচিপত্র

বিনোদন গণিতে একটি চমৎকার সংযোজন	১১
ভূমিকা	১৩
জাদুর ছক	১৯
কীভাবে সম্ভব গণিতের এই জাদু	৩২
সংখ্যাগুলো কীভাবে বসাবেন	৩৬
জাদুর সৌন্দর্য রক্ষায় মনোযোগ দিন	৪২
জাদুর কৌশল গোপন রাখুন	৪৪
এবার তাহলে যাই	৪৬
আসলে রহস্যটা কী	৪৮
৭ × ৭ ম্যাজিক স্কয়ার	৫১
কীভাবে লিখেছেন	৫৮
কীভাবে ঘরগুলো পূরণ করবেন	৫৯
আরও মজার জাদু	৬১
বিকল্প পদ্ধতি	৬৭
অবিশ্বাস্য	৭৩
অবাক জাদুর ছক	৭৫
আরও অবাক কাণ্ড	৭৯
কীভাবে হিসাব মিলে যায়	৮৩
অভাবনীয় জাদুর ছক	৮৯
আসল জাদু	৯৩
প্রথম ছকটি কীভাবে পেলেন	৯৬

কৌশলটি কীভাবে কাজ করে	৯৯
আরও সহজ জাদুর ছক	১০১
যেকোনো সংখ্যার জন্য প্রযোজ্য	১০৫
কীভাবে কী হলো	১০৬
একই পদ্ধতি অনুসরণীয়	১০৭
নিজে জাদুর ছক তৈরি করুন	১০৮
কীভাবে ছকটি পূরণ করলেন	১১০
বলুন তো কত	১১২
অবাক সংখ্যা	১১৪
লুকোচুরি নেই	১১৫
দর্শকদের সম্পৃক্ত করুন	১১৬
চূড়ান্ত পর্ব	১১৭
বিস্ময়ের পালা	১১৮
আগেই কীভাবে জানলেন	১১৯
যোগ-বিয়োগের জাদু	১২০
কীভাবে জানলেন কত টাকা থাকবে	১২২
ঘনমূল নিয়ে জাদু	১২৩
বর্গমূল নিয়ে জাদু	১২৬
বর্গফল বের করার সহজ পদ্ধতি	১২৭
গুণ করুন হেসে-খেলে	১৩০
বর্গসংখ্যার জাদু	১৩৫
বিশাল বড় সংখ্যার বৈশিষ্ট্য	১৩৭
বলুন তো সেটা কোন সালের ঘটনা	১৪১
গণিতের ধাঁধা	১৪৩
ধাঁধার উত্তর	১৪৪
খুব সহজে কি গণিতের ম্যাজিক দেখানো যায়	১৪৬
লুডুর গুটি দিয়ে জাদু	১৪৮
গণিতের আনন্দ	১৫০

মনে হয় কঠিন কিন্তু সহজ ১৫১
নদীটির প্রস্থ কত ১৫৩
মনের কথা বলে দেওয়া যায় ১৫৫
ফিবনাচ্চি সিরিজ ১৫৭
যোগফল = বর্গফল ১৬০
সংখ্যা ও বিপরীত সংখ্যার মিল ১৬২
এই জাদু বেশি দেখাবেন না ১৬৩
ইংরেজিতেও জাদুটি চলে ১৬৬
সংখ্যার জাদু ১৬৮
ঝটপট গণিত ১৭০
ও, এই ব্যাপার ১৭৬
গুণ না করেও গুণ ১৮০
সহায়ক গ্রন্থাবলি ১৮৩

বিনোদন গণিতে একটি চমৎকার সংযোজন

স্নেহভাজন আব্দুল কাইয়ুম তাঁর লেখা *গণিতের জাদু* পাণ্ডুলিপিটি আমাকে পড়তে দিয়েছিলেন। পাণ্ডুলিপি পড়ে আমি নির্দ্বিধায় বলতে পারি, এটি বাংলা ভাষায় বিনোদন গণিতে একটি চমৎকার সংযোজন, যা যেকোনো বয়সের পাঠককে আকৃষ্ট করবে।

লেখক জাদুর ছলে ম্যাজিক স্কয়ার নিয়ে আলোচনা করেছেন। তিনি শুধু জাদু-বর্গের খেলা দেখিয়েই ক্ষান্ত হননি, কী করে জাদু-বর্গ পূরণ করতে হয়, সে সম্পর্কেও মনোরম আলোচনা করেছেন। ফলে শিশু-কিশোর তো বটেই, অনেক পেশাদার ও শৌখিন গণিতপ্রেমীকেও এ বিষয়ে আগ্রহী করে তুলবে। পাণ্ডুলিপিটির শেষভাগে লেখক জাদুর ছলে কিছু গাণিতিক ধাঁধা ও তাদের সমাধানের কৌশল বর্ণনা করেছেন, যা অবশ্যই সর্বশ্রেণীর পাঠককে গণিত বিষয়ে কৌতূহলী করে তুলবে।

ম্যাজিক স্কয়ারের ইতিহাস কমপক্ষে ৪ হাজার বছরের পুরোনো। খ্রিষ্টজন্মের ২ হাজার ২০০ বছর আগে চীনদেশে ম্যাজিক স্কয়ারের প্রচলন ছিল বলে জানা যায়। নবম শতাব্দীতে আরব জ্যোতিষীগণ ভাগ্য গণনায় এর ব্যবহার করতেন। ত্রয়োদশ শতাব্দীতে পাশ্চাত্যে ম্যাজিক স্কয়ার বিস্তার লাভ করে। জার্মান শিল্পী অলব্রেক্ট ড্যুরারের ১৫১৪ সালের একটি শিল্পকর্মে ম্যাজিক স্কয়ারের নিদর্শন রয়েছে। আমাদের দেশেও প্রাচীনকাল থেকেই ম্যাজিক স্কয়ারের চর্চা হয়ে আসছে।

আগে শুধু লিখতে ও পড়তে জানাকেই সাক্ষরতা বলা হতো। ইংরেজিতে বলা হতো লিটারেসি। কিন্তু বর্তমান বিজ্ঞানের যুগে শুধু লিটারেসিই যথেষ্ট নয়। বলা হয়, নিউমারেসি। অর্থাৎ সাক্ষর-জ্ঞানসম্পন্ন হতে হলে গণিতও জানতে হবে। ইদানীংকালে বিভিন্ন দেশে স্কুলগণিতে ম্যাজিক স্কয়ার ও অন্যান্য গাণিতিক ধাঁধা ব্যবহার করে গণিতের প্রতি শিক্ষার্থীদের আগ্রহী করে তোলা হচ্ছে। আমাদের দেশের পাঠ্যবইগুলোতেও এগুলো অন্তর্ভুক্ত করা

যেতে পারে। *গণিতের জাদু* বইটি এ ব্যাপারে যথেষ্ট ভূমিকা রাখবে বলেই আমি বিশ্বাস করি।

সম্প্রতি আমাদের দেশে স্কুল-কলেজের শিক্ষার্থীদের মধ্যে গণিতচর্চায় নতুন মাত্রা যোগ হয়েছে। প্রতিবছর সারা দেশে গণিত উৎসব ও গণিত অলিম্পিয়াড প্রতিযোগিতার আয়োজন করা হয়। বিজ্ঞানমনস্ক একটি নতুন প্রজন্ম গড়ে উঠছে। এ বই তাদেরও আগ্রহী করে তুলবে।

আ. ফ. ম. খোদাদাদ খান
অধ্যাপক, গণিত
ইন্ডিপেন্ডেন্ট ইউনিভার্সিটি, বাংলাদেশ
প্রাক্তন অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

ভূমিকা

বর্তমান বিশ্ব খুব দ্রুত বদলে যাচ্ছে। বিপুল তথ্য-উপাত্তের ওপর মানুষের নির্ভরশীলতা ক্রমেই বাড়ছে। বিজ্ঞানীরা বলেন, বর্তমান জগৎ ও জীবন 'বিগ ডাটা' দ্বারা প্রভাবিত ও পরিচালিত হচ্ছে। যুক্তরাষ্ট্রের প্রভাবশালী ম্যাগাজিন *ফরেন অ্যাফেয়ার্সে* (মে-জুন ২০১৩) কেনেথ কুকিয়ার ও ভিক্টর মেয়ার শ্যোনবার্গার 'দ্য রাইজ অব বিগ ডাটা' নামে এক নিবন্ধ লিখেছেন। বিশ্বজগৎ সম্পর্কে আমাদের চিন্তাভাবনা বিশাল তথ্য-উপাত্ত দ্বারা কীভাবে প্রভাবিত হচ্ছে, তার একটি সুন্দর বিশ্লেষণ রয়েছে সেখানে। তাঁরা দেখিয়েছেন, বর্তমানে বিশ্বে ১২০০ এক্সাবাইট বা ১০ হাজার কোটি-কোটি তথ্য রয়েছে। ১০-এর ১৮তম ঘাত বা ১-এর পর ১৮টি শূন্য বসালে এই বিরাট সংখ্যাটি পাওয়া যায়। বাইনারি সংখ্যায় প্রকাশ করলে এই সংখ্যাটি দাঁড়াবে ১০২৪-এর ষষ্ঠ ঘাত। বাইনারি পদ্ধতিতে একে এক্সাবাইবাইট বলা হয়। এত বড় সংখ্যা আসলে কত বড়? এই সব তথ্য যদি সিডিতে রাখা হয় এবং সেই সিডিগুলো যদি একের পর এক সাজানো হয়, তাহলে পৃথিবী থেকে চাঁদ পর্যন্ত পাঁচটি স্তম্ভ তৈরি করা যাবে।

বর্তমান বিশ্বে চিন্তাভাবনা, গবেষণা ও গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত গ্রহণ থেকে শুরু করে দৈনন্দিন জীবনের প্রায় সব কাজ এই সব তথ্য-উপাত্তের ওপর নির্ভরশীল। তথ্য-উপাত্তগুলো কাজে লাগানোর জন্য গণিতের প্রয়োজন। প্রকৃতপক্ষে আমরা গণিতের জগতে ডুবে আছি। গণিত ছাড়া জীবন অচল। ডিজিটালাইজড তথ্যের প্রাচুর্য আমাদের জীবনকে বদলে দিচ্ছে। যেকোনো বিষয়ে চিন্তাভাবনা ও সিদ্ধান্ত নিতে 'বিগ ডাটা' আমাদের সাহায্য করে। তাই গণিতে অন্তত প্রাথমিক জ্ঞান ছাড়া বর্তমান বিশ্বে চলা মুশকিল। *গণিতের জাদু* বইটি তরুণদের গণিতের প্রতি আগ্রহ সৃষ্টি করবে। ফলে, আমাদের সন্তানেরা আগামী দিনের বুদ্ধিদীপ্ত নাগরিক হিসেবে গড়ে উঠবে।

বছর দশেক আগে আমার সবচেয়ে বড় ভাই, প্রয়াত গোলাম কিবরিয়া *ক্ল্যাসিক ম্যাথম্যাজিক* নামে একটি অসাধারণ বই উপহার দেন। বই খুলে দেখি ছেলে, মেয়ে, স্ত্রী ও আমার নাম লেখা। নিচে তাঁর স্বাক্ষর। বাসার সবাই গণিতের ম্যাজিক শিখবে, এরকম ঘটনা বেশ হেঁয়ালিপূর্ণ মনে হয়েছিল। কিন্তু অচিরেই আমরা চারজন একেবারে আক্ষরিক অর্থে বইটির ওপর হুমড়ি খেয়ে পড়লাম। এক পাতা পড়া শেষ না হতেই মেয়ে টান দিয়ে বই ছিনিয়ে নেয়। স্ত্রী অসহায়ভাবে তাকিয়ে থাকেন। কারণ, মেয়ের হাত থেকে ছেলে ছোঁ মেরে বইটা নিয়ে যাবে। তাঁর পড়ার সুযোগ প্রায় নেই। কোনো গণিতের বই যে এত আকর্ষণীয় হতে পারে, তা সেই প্রথম বুঝলাম।

তথ্যপ্রযুক্তির এই যুগে সবকিছু সংখ্যায় পরিণত হয়ে যাচ্ছে, তা আগেই বলেছি। এই জগৎ ও জীবন কিছু সংখ্যার সমাহারবিশেষ। আমরা ডিজিটাল ক্যামেরায় ছবি তুলি, অথবা কম্পিউটারে লিখি। ক্যামেরা বা কম্পিউটার কিন্তু কোনো ছবি বা অক্ষর চেনে না। তারা চেনে শুধু কিছু অঙ্ক (ডিজিট)। কতগুলো অঙ্ক পর পর লিখে তথ্য লিপিবদ্ধ করা হয়। বাইনারি পদ্ধতিতে আছে শুধু দুটি অঙ্ক বা ডিজিট। ০ ও ১। ছবিই কি আর লেখাই কি, সবকিছুকে আধুনিক যন্ত্রগুলো প্রথমে ০ ১ ০ ০ ১ ১ ০ ১ ১ ১ বা এরকম কিছু সংখ্যায় পরিণত করে ফেলে। তারপর সেই সব সংখ্যা দিয়ে গণিতের বড় বড় হিসাব করে উত্তরটা আমাদের বোধগম্য ভাষা বা ছবিতে রূপান্তর করে উপস্থিত করে।

আপনি স্কাইপে কথা বলবেন? কম্পিউটার প্রথমে তার নিজস্ব প্রোগ্রামের মাধ্যমে আপনার কথাগুলো বিশাল বিশাল সংখ্যায় পরিণত করবে। কারণ, সংখ্যা ছাড়া কম্পিউটার আর কিছু চেনে না। এর পর সেই সংখ্যাগুলো বিদ্যুৎ-চৌম্বকীয় তরঙ্গের মাধ্যমে দূরে আপনার অপর প্রান্তের বন্ধুর কাছে পাঠিয়ে দেবে। অপর প্রান্তে কম্পিউটার সেই সব সংখ্যাকে আবার ভাষায় রূপান্তর করে উপস্থিত করবে। আপনি দেখছেন আপনার প্রিয়জনকে আর সেই সঙ্গে শুনছেন তাঁর কথা। এর পেছনে রয়েছে সংখ্যা ও গণিতের ভূমিকা।

ফেসবুক ও অন্যান্য সামাজিক যোগাযোগমাধ্যমে আপনি প্রতিদিন যে শত শত বন্ধুর সঙ্গে যোগাযোগ করছেন, ছবি ও লেখা শেয়ার করছেন, কারও মতামত ও ছবিতে 'লাইক' দিচ্ছেন, সেসব আপনার অজান্তেই গণিতের ভাষায় সম্পন্ন হচ্ছে। কম্পিউটার আপনার সব কথা ও ছবি বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তরিত করে সবার কাছে পৌঁছে দিচ্ছে পুনরায় ছবি ও কথায় রূপান্তরিত করে।

গণিতের আলোচনায় কয়েকটি শব্দ বারবার আসবে। এদের মধ্যে অন্যতম হলো, অঙ্ক, সংখ্যা, রাশি প্রভৃতি। আমরা বাংলায় অঙ্ক বলতে সাধারণত তিনটা বিষয়কেই বোঝাই। যেমন, ১, ২, ৩, ৪ প্রভৃতি আলাদা আলাদা অঙ্ক, ইংরেজিতে যাকে বলা হয় ডিজিট। কয়েকটি অঙ্কের সমন্বয়ে গঠিত হয় কোনো সংখ্যা, ইংরেজিতে যাকে বলা হয় নাম্বার। এবং কিছু অঙ্ক ও সংখ্যার যোগ-বিয়োগ বা আরও জটিল হিসাব করাকে বলি গণিত, ইংরেজিতে যাকে বলা হয় ম্যাথমেটিকস। বাংলায় আমরা যখন বলি অঙ্ক করছি, তার মানে আমরা বলতে চাচ্ছি গণিতের সমাধান বের করছি।

বাংলায় 'অঙ্ক' শব্দটি দিয়ে সাধারণত পাটিগণিত, সংখ্যা, গণিত প্রভৃতি সবকিছু বোঝানো হয়। তবে আমরা এ বইয়ে অঙ্ক বলতে বোঝাব শুধু কিছু বিচ্ছিন্ন ডিজিট, অর্থাৎ ০ থেকে ৯। সংখ্যা বা রাশি বলতে বোঝাব কিছু অঙ্কের সমন্বয়ে গঠিত নম্বর, যেমন ৭ ৮ ০ ৫ ৬ ৩ একটি ছয় অঙ্কের সংখ্যা বা রাশি। আর গণিত বলতে বোঝাব বিভিন্ন সংখ্যা বা রাশি নিয়ে হিসাব করে কোনো সমস্যার সমাধান বের করার জটিল কাজকে। যেমন, জ্যামিতি, বীজগণিত ও জটিল সমস্যার সমাধানের উচ্চতর সূত্র ব্যবহার করে হিসাব করার বিষয়কে আমরা বলব গণিত। একইভাবে পাটিগণিতের সরল অঙ্কও গণিত।

যখন আমাদের দেশে কম্পিউটারের প্রচলন হয়নি, বিগত শতাব্দীর সেই ষাটের দশক থেকেই গণিতের প্রতি আমার আকর্ষণ। সোভিয়েত গণিতবিদ ইয়া পিরেলম্যানের লেখা *ফিগারস ফর ফান, ফিজিক্স ফর এন্টারটেইনমেন্ট* প্রভৃতি বই পড়েছি।

স্কুলে সপ্তম শ্রেণীতে পড়ার সময় আমার বড় ভাই প্রয়াত আব্দুল হালিম দশ খণ্ডের *শিশু ভারতী* বই বাসায় নিয়ে আসেন। সেটা ছিল আমাদের জন্য জ্ঞানের এক সোনার খনি। যত পড়ি ততই বিস্ময় বাড়ে। হালিম ভাই ছিলেন গণিতের শিক্ষক। তাঁর কাছেই আমার বিজ্ঞান শেখা। বিজ্ঞানসম্মত চিন্তাভাবনা করতে শেখান তিনিই।

এরপর আরও এক বিস্ময় অপেক্ষা করছিল। হালিম ভাই আমাদের জন্য ২৪ খণ্ডের *এনসাইক্লোপিডিয়া ব্রিটানিকা* নিয়ে আসেন। বিজ্ঞানের যত বিষয়, খুঁজে খুঁজে বের করে পড়তাম। মনে হতো, বিশ্বব্রহ্মাণ্ড আমার হাতের মুঠোয় চলে এসেছে।

এখন তো অনেক বই পাওয়া যায়। *ক্ল্যাসিক ম্যাজিক স্কয়ার, ম্যাজিক্যাল ম্যাথমেটিকস, দ্য সিক্রেটস অব মেন্টাল ম্যাথ, দ্য ম্যাজিক অব রিয়েলিটি, দ্য*

লোর অব লার্জ নাম্বারস, সায়েন্স পাজলারস। আরও কত বই! তা ছাড়া আছে ইন্টারনেটের বিশাল জগৎ।

এসব বই ও ইন্টারনেট থেকে পাওয়া মৌলিক কিছু তথ্য ও সূত্র আমার এ বইয়ের বেশির ভাগ লেখায় উৎস হিসেবে ব্যবহার করেছি। কিন্তু সেগুলো হুবহু পুনরাবৃত্তি নয়। আমাদের দেশের পাঠকের জন্য উপযোগী করে উপস্থাপনের প্রতি সব সময় বেশি গুরুত্ব দিয়েছি। লিখতে গিয়ে অনেক সময় আমার নিজের ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণ যুক্ত করেছি। আমাদের দেশে এর প্রয়োজন অপরিসীম। কারণ, পাঠক যদি গণিতের জাদুর মূল কৌশলগুলোর বিজ্ঞানসম্মত ব্যাখ্যা জানতে না পারেন, তাহলে আমাদের মতো পশ্চাৎপদ সমাজে প্রচলিত কুসংস্কারের প্রতি মোহ দূর তো হবেই না, বরং আরও চেপে বসবে। অথচ এ বইয়ের মূল উদ্দেশ্য অবৈজ্ঞানিক চিন্তাভাবনার বেড়াজাল থেকে বের করে শিশু-কিশোরদের উন্নত, যুক্তিনির্ভর চিন্তাধারায় অভ্যস্ত করে তোলা।

ছোটবেলা থেকে একটা বিষয় শিখেছি। প্রশ্ন করতে পারা আর প্রশ্নের উত্তর খুঁজে পাওয়াই হলো শিশুদের বিজ্ঞানমনস্ক হয়ে গড়ে ওঠার প্রধান শর্ত। আমরা অনেকে এদিকে মনোযোগ দিই না। আমাদের ছেলেমেয়েদের প্রশ্ন করতে উৎসাহ দিতে হবে। প্রশ্নের সঠিক উত্তর আমরা না-জানলে, ভুল না-শিখিয়ে নির্ভরযোগ্য বই তাদের হাতে তুলে দিতে হবে।

বাচ্চারা বারবার প্রশ্ন করলে অনেক সময় আমরা রেগে উঠি। বলি, 'বেয়াদব'! অভিভাবক বা শিক্ষক রেগে ওঠা মানে শিশুর জ্ঞানের রাজ্যে প্রবেশের পথ বন্ধ করে দেওয়া। সেই শিশু নতুন কিছু শিখতে পারবে না। এভাবে এক-একটা প্রজন্ম লেখাপড়া শিখেও কার্যত আধুনিক জ্ঞান-বিজ্ঞানে অজ্ঞ, অনভিজ্ঞ রয়ে গেছে।

১৯৮০-এর দশকে আমি মস্কোতে অর্থনীতি, দর্শন, ইতিহাস, বিজ্ঞান প্রভৃতি বিষয়ে সংক্ষিপ্ত পাঠক্রমে দুবার অংশগ্রহণ করি। আমাদের শিক্ষক প্রতিদিন বলতেন, একটি অধ্যায়ের ওপর আলোচনা শেষে প্রত্যেককে অন্তত তিনটি করে প্রশ্ন করতে হবে। আমরা বলতাম, সবই তো বুঝেছি, আবার প্রশ্ন কেন? তিনি বলতেন, যদি তোমরা কোনো প্রশ্ন করতে না পারো, তাহলে ধরে নিতে হবে, তোমাদের বোঝাতে আমি ব্যর্থ হয়েছি, আমার পড়ানো বৃথা গেছে!

আমরা চিন্তায় পড়ে যাই। অনেক গবেষণা করে প্রশ্ন তৈরি করতে থাকি। শেষ পর্যন্ত দেখা যায়, প্রশ্ন করতে হলেও কিছু জ্ঞানের দরকার। অনেক সময়

কিছু না বুঝেই প্রশ্ন করতাম। মনে হতো অপ্রাসঙ্গিক। কিন্তু আমাদের অধ্যাপক এমনভাবে সব প্রশ্নের উত্তর বুঝিয়ে দিতেন যেন আমরা অসাধারণ প্রশ্ন করেছি। নিজেদের অনাবিষ্কৃত মেধা সম্পর্কে আমরা এভাবে সচেতন হতে শুরু করি।

আমরা বুঝতে পারি, বই পড়ে বা শ্রেণীকক্ষে শিক্ষকের আলোচনা শুনে জ্ঞান অর্জনের অর্ধেক কাজ হয়। বাকি অর্ধেক অর্জন করতে হয় অর্জিত জ্ঞানের সঙ্গে সম্পর্কিত প্রশ্নগুলো উত্থাপন ও তার সঠিক উত্তর পাওয়ার মধ্য দিয়ে।

এ বই সার্থক হবে যদি পাঠকের মনে প্রশ্নের জন্ম দিতে পারে।

কিন্তু সব প্রশ্নের উত্তর হয়তো এ বইয়ে পাওয়া যাবে না। তাহলে উত্তর কে দেবে?

সবকিছুই কিন্তু অন্য কেউ শিখিয়ে দেয় না। অধীত বিদ্যাই পরবর্তী প্রশ্নের উত্তরের সূত্র-সন্ধান দেয়। অনুরাগী শিক্ষার্থীরা সেই সব বিচ্ছিন্ন সূত্রের যোগসাধন করে নিজেদের মেধা শাণিত করে।

আমার দৃঢ় বিশ্বাস, অর্জিত জ্ঞান ব্যবহার করে নতুন প্রশ্নের উত্তর বের করার মতো সক্ষমতা অর্জন করা কঠিন নয়। আমাদের দেশের তরুণেরা যথেষ্ট চৌকস। না হলে মাত্র কয়েক বছরেই আন্তর্জাতিক গণিত অলিম্পিয়াডে রুপার পদক নিয়ে এল কী করে? স্বর্ণপদক তো এল বলে!

এই তরুণেরা বইটি পড়ে গণিতের বিভিন্ন জটিল প্রশ্নের উত্তর নিজেরাই বের করে অপার আনন্দ লাভ করবে বলে আমার বিশ্বাস।

ওয়ারী, ঢাকা
২৭ মার্চ ২০১৩

আব্দুল কাইয়ুম

জাদুর ছক

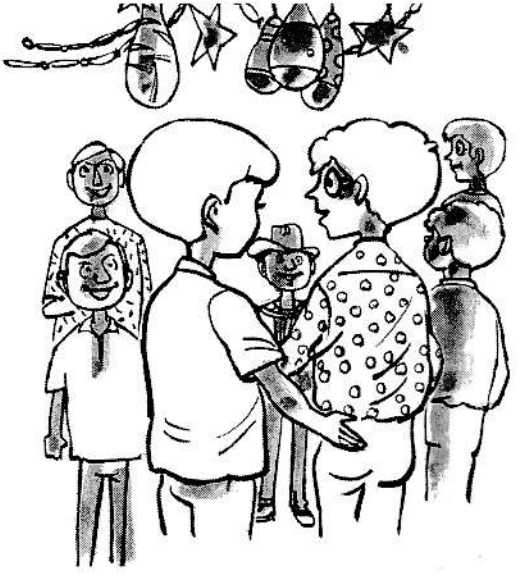
বাসায় আনন্দের জোয়ার বইছে। বাচ্চা থেকে বড়। নবীন থেকে প্রবীণ। হইচই, চেঁচামেচি। কী ব্যাপার? না, তেমন কিছু না। জন্মদিনের অনুষ্ঠান। কেক কাটা হবে। সবাই ক্যামেরা নিয়ে তৈরি। কেকের মধ্যে মোমবাতি সাজানো হয়েছে। সবাই গুনে দেখছে কয়টা। ১০ বছরের শিশু। ১১টা ছোট ছোট সুদৃশ্য মোমবাতি জ্বলছে। সাবধানে ফুঁ দিতে হবে। ১০টা মোমবাতি নেভানো হবে, একটা জ্বলতে থাকবে ১১তম বছরে পদার্পণের শুভ মুহূর্তটি আলোকোজ্জ্বল করে রাখার জন্য।

জাদুর শুরু

কেক কাটা শেষ। আপনি সবার দৃষ্টি আকর্ষণ করে ঘোষণা দিলেন, ম্যাজিক, ম্যাজিক! গণিতের জাদু দেখাব একটা। সবাই একটু চুপ করুন। ঘরে জনা পঞ্চাশেক ছেলেমেয়ে। সবাই অবাক। আপনি যে জাদুকরের পোশাক পরে জন্মদিনের উৎসবে কখন যোগ দিয়েছেন, তা কেউ লক্ষ করেনি। অনেকেই আপনাকে চেনে, কিন্তু আপনি যে জাদু দেখাতে পারেন, তা কারও জানা ছিল না। সবার চোখ আপনার দিকে। আপনি আবার কবে থেকে জাদু দেখান!

সবার অনুচ্চারিত প্রশ্নের সমাধান দিয়ে আপনি ঘোষণা করলেন, হ্যাঁ, আমি গণিতের একটা মজার জাদু দেখাব।

—ও...ও...ও...! এই আনন্দের মধ্যে আবার গণিত? একটা হতাশার সুর ঘরের চারদেয়ালে গুমরে ফিরল। গণিতের আবার জাদু কী? সময় নষ্ট আর কি!



জন্মদিনের উৎসবমুখর পরিবেশ

না। আপনি দমে যাবেন না। চট করে ঘরের অতিথির সংখ্যা গুনে নিন। বলুন, এই তো দেখছি প্রায় ৫০ জন আছেন। আচ্ছা, আপনাদের কেউ একজন ১ থেকে ৫০-এর মধ্যে কোনো একটি সংখ্যা বলুন তো। আমি ম্যাজিক স্কয়ারের একটা অচিন্তনীয় ভোজবাজি দেখাব। আপনাদের চোখ কপালে উঠে যাবে।

কেউ কেউ উসখুস করছেন। কী আর এমন জাদু! এরই মধ্যে কেউ একজন বলে উঠলেন, আচ্ছা, ঠিক আছে, যান, একটা সংখ্যা বলতে হবে তো, বললাম, ৩৭। কিন্তু এখন কী? আপনার জাদুটা কী?

—সবুর করুন। দেখেন না কী মজা।

জাদুর ছক (ম্যাজিক স্কয়ার) কী

প্রথমে আপনি বুঝিয়ে বলুন কী ধরনের জাদু দেখাতে চাচ্ছেন। জাদুর ছক বা ম্যাজিক স্কয়ার হলো বিশেষ বৈশিষ্ট্যপূর্ণ বর্গাকার ছক, যা কয়েকটি রেখা দিয়ে সমানসংখ্যক সারি ও স্তম্ভে (কলামে) বিভক্ত। এর সঙ্গে জাদুর সম্পর্কটা কী?

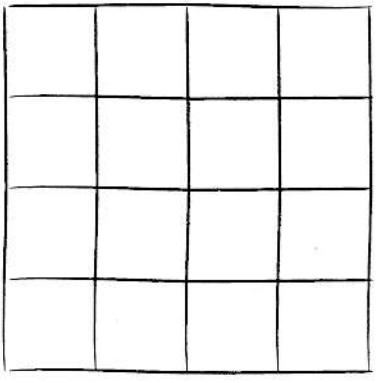
জাদুর প্রশ্ন আসছে তার বিশেষ বৈশিষ্ট্য থেকে। সেটা হলো, এই বিশেষ ধরনের ছকের ঘরগুলোতে এমনভাবে কিছু অঙ্ক বা সংখ্যা বসানো হয় যেন তার সারিগুলো, উল্লম্ব স্তম্ভগুলো, কোনাকুনি কর্ণ দুটি এবং এ ধরনের বিভিন্ন দিকের ঘরগুলোতে লেখা সংখ্যাগুলোর যোগফল একই হয়।

সবাইকে আগ্রহী করার জন্য বলুন, এটা যে সহজ বিষয় নয়, তা এখনই বুঝতে পারবেন।

আপনি মাথা চুলকে, মনে করার ভাব দেখিয়ে বলুন, কত যেন বললেন, ৩৭? আচ্ছা বেশ, দেখুন ৩৭-এর খেলাটা!

আপনি বুঝিয়ে বললেন, এই সংখ্যাকে বলব প্রত্যাশিত সংখ্যা। এখন আমাদের প্রত্যাশিত সংখ্যা হলো ৩৭।

এই বলে আপনি পাশের দেয়ালের দিকে যান। সেখানে একটা বড় সাদা আর্ট পেপার মেলে ধরুন। একজনকে বলুন কাগজটা দেয়ালে স্কচ টেপ দিয়ে আটকে দিতে। এরপর আপনি একটা মার্কার কলম দিয়ে চট করে ৪ × ৪ ঘরের ছক আঁকুন। এতে মোট ১৬টি ঘর।



৪ × ৪ ঘরের ছক

ব্যস, আপনি খসখস করে ঘরগুলোতে একের পর এক ১৬টা সংখ্যা, বলতে গেলে চোখ বন্ধ করে, লিখে দিন। প্রতি ঘরে লেখার জন্য দুই সেকেন্ডের বেশি সময় লাগবে না। না-হয় আড়াই সেকেন্ডই লাগল। মাত্র ৪০ সেকেন্ডের মধ্যেই আপনার সব ঘর পূরণ হয়ে গেল।

১১	৮	১৬	২
১৭	১	১২	৭
৪	১৮	৬	৯
৫	১০	৩	১৯

অবাক হওয়ার পালা

এবার আপনি সবাইকে অবাক করে দিয়ে বললেন, চারটা সারি যোগ করে দেখুন তো, প্রতি সারির যোগফল ৩৭ হয় কি না?

—হ্যাঁ, ঠিক ৩৭।

১১	৮	১৬	২	
১৭	১	১২	৭	= ৩৭
৪	১৮	৬	৯	
৫	১০	৩	১৯	

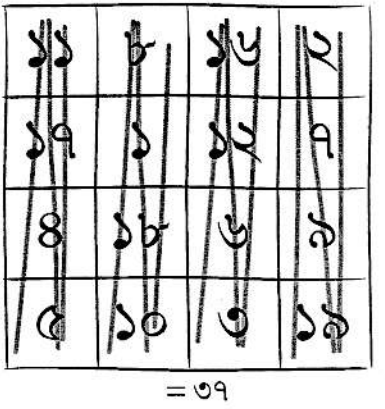
সারিগুলোর যোগফল ৩৭

১১ + ৮ + ১৬ + ২ = ৩৭
১৭ + ১ + ১২ + ৭ = ৩৭
৪ + ১৮ + ৬ + ৯ = ৩৭
৫ + ১০ + ৩ + ১৯ = ৩৭

সবাই বলে উঠলেন, ও, এই জাদু দেখানোর জন্য এত কথা!

—আরে, না না। শুধু সারিগুলো কেন, স্তম্ভগুলোর যোগফল বের করে দেখুন না। কী, ৩৭ হলো কি না?

—ও, হ্যাঁ, ঠিক ৩৭!



স্তম্ভগুলোর যোগফলও ৩৭!

১১	+	১৭	+	৪	+	৫	=	৩৭
৮	+	১	+	১৮	+	১০	=	৩৭
১৬	+	১২	+	৬	+	৩	=	৩৭
২	+	৭	+	৯	+	১৯	=	৩৭

এবার কেউ তুচ্ছতাচ্ছিল্য করে কিছু বলার আগেই আপনি বললেন, এখানেই শেষ না, কোনাকুনি যোগ করে দেখা যাক। আরে সেই ৩৭-ই তো হচ্ছে!

আপনি প্রথমে ঠিকই অনুমান করেছেন যে জন্মদিনের অনুষ্ঠানে এসে কেউ গণিতের মতো নীরস বিষয়ে জাদু দেখতে খুব বেশি উৎসাহী হবে না। সে জন্যই বারবার আশ্বাস দিয়ে বলতে হচ্ছে যে গণিতেও আনন্দের খোরাক আছে। কথাটা ভুল নয়। কিন্তু মজার মজার কথা ও ভাবভঙ্গি দেখাতে না পারলে সবাইকে ধরে রাখা কঠিন। সে জন্যই মাঝেমধ্যে আপনি নিজেও যেন অবাক হয়ে যাচ্ছেন, যেন আপনি নিজেও ভাবতে পারেননি এত মজার ব্যাপার!

১১	৮	১৬	২	= ৩৭
১৭	১	১২	৭	
৪	১৮	৬	৯	
৫	১০	৩	১৯	
			= ৩৭	

১১ + ১ + ৬ + ১৯ = ৩৭
৫ + ১৮ + ১২ + ২ = ৩৭!

এবার হয়তো কেউ কেউ কিছুটা বিরক্ত হয়ে বলবেন, আরে, যান তো ভাই, কাটুন। এসব পুরোনো খেলা দেখিয়ে বলছেন চমকপ্রদ ম্যাজিক?

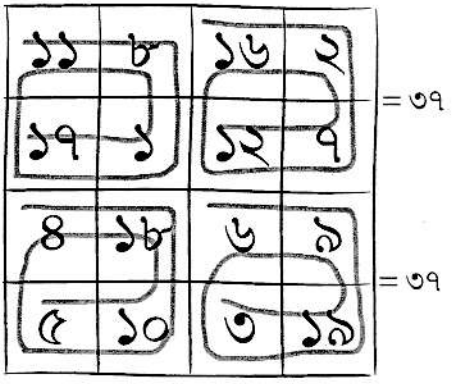
আপনি একটু থতমত খাওয়ার মতো ভাব দেখিয়ে চেহারা ফ্যাকাশে করে ফেলুন। কিন্তু আপনি মনে মনে হাসছেন; কারণ, আসল ম্যাজিক তো এখনো বাকি।

এবার আসল জাদু

আপনি আমতা আমতা করে বলুন, একে ম্যাজিক মনে করছেন না?

আচ্ছা বেশ, যান, ১৬টা ঘরকে মোটা দাগে চার ভাগ করে ফেলি। প্রতি ভাগে চারটা করে ঘর হলো তো? এবার প্রতি চারটা ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফল বের করে দেখুন তো কত হয়? কী, ৩৭ হয়েছে তো? ভালো করে যোগ করুন। দেখবেন, যোগে ভুল করবেন না যেন।

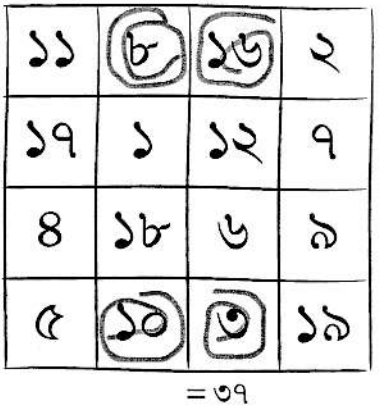
১১ + ৮ + ১৭ + ১ = ৩৭
১৬ + ২ + ১২ + ৭ = ৩৭
৪ + ১৮ + ৫ + ১০ = ৩৭
৬ + ৯ + ৩ + ১৯ = ৩৭!



এবার কেউ কেউ নড়েচড়ে বসবেন। এতটা তো কেউ ভাবেননি।

আপনি দৃঢ় আস্থার সঙ্গে এগিয়ে যান। বলুন, এখন সব বাদ দিয়ে শুধু মাঝখানের দুটি স্তম্ভ নিন, এদের ওপরের আর নিচের সংখ্যা চারটি যোগ করে দেখুন তো কত হয়?

কী, ৩৭ হয়েছে তো?



৮ + ১৬ + ১০ + ৩ = ৩৭!

আচ্ছা বেশ, এবার মাঝের সারি দুটো নিন, এদের দুই পাশের সংখ্যাগুলো যোগ করুন তো। কী, কত হলো? একেবারে পয়েন্টে পয়েন্টে মিলেছে তো, সেই ৩৭! হতেই হবে। না হলে আর ম্যাজিক কী?

১১	৮	১৬	২
১৭	১	১২	৭
৪	১৮	৬	৯
৫	১০	৩	১৯

= ৩৭

১৭ + ৭ + ৪ + ৯ = ৩৭!

বিস্ময়ের পর বিস্ময়

এখন দর্শক-শ্রোতাদের ওপর আপনার নিয়ন্ত্রণ এসে গেছে। আপনি নিশ্চিন্তে এগিয়ে যান। বলুন, ঠিক আছে, এবার ছকের বাঁ পাশের ওপরের কোণের ও ডান পাশের নিচের কোণের খণ্ডিত কর্ণ দিয়ে যুক্ত প্রান্তিক অবস্থানের চারটি সংখ্যার যোগফল দেখুন তো। হ্যাঁ, যা ভেবেছি, ঠিক ৩৭-ই হলো!

১১	৮	১৬	২
১৭	১	১২	৭
৪	১৮	৬	৯
৫	১০	৩	১৯

= ৩৭

= ৩৭

১৭ + ৮ + ৩ + ৯ = ৩৭!

—বেশ তো, এবার দেখুন তো বাঁ পাশের নিচের আর ডান পাশের ওপরের খণ্ডিত কর্ণ দুটির সঙ্গে যুক্ত প্রান্তিক সংখ্যা চারটির যোগফলের খবর কী? ওরে সর্বনাশ. এ-ও যে দেখছি ৩৭!

১১	৮	১৬	২	
১৭	১	১২	৭	= ৩৭
৪	১৮	৬	৯	
৫	১০	৩	১৯	
	= ৩৭			

৪ + ১০ + ১৬ + ৭ = ৩৭!

এখন আপনি নির্দ্বিধায় এগিয়ে যান। বলুন, আচ্ছা, ঠিক আছে, এবার শুধু মাঝখানে চারটি খোপের সংখ্যাগুলো যোগ করে দেখুন তো কত হয়? আরে, এ-ও যে সেই ৩৭!

১১	৮	১৬	২	
১৭	১	১২	৭	
৪	১৮	৬	৯	= ৩৭
৫	১০	৩	১৯	

১ + ১২ + ১৮ + ৬ = ৩৭!!

এবার আপনি একটু খেয়ালের বশে বলুন, আচ্ছা, দেখা যাক আর কতভাবে যোগ করা যায়। দেখি তো শুধু চার কোনার চার সংখ্যার যোগফল কত হয়। আরে আরে, এ কি! এ-ও যে সেই ৩৭!

১১	৮	১৬	২
১৭	১	১২	৭
৪	১৮	৬	৯
৫	১০	৩	১৯

= ৩৭

১১ + ২ + ৫ + ১৯ = ৩৭!

আরও বিস্ময়

সবার জন্য অপেক্ষা করছে আরও বিস্ময়ের পালা। আপনি সবাইকে আস্থার ভঙ্গিতে বলুন, একদম বাঁ পাশের স্তম্ভ ও একদম নিচের সারিটি কেটে বাদ দিয়ে দেখি তো কী হয়। এবার হলো ৩ × ৩ বর্গছক। এর চার কোনার সংখ্যা চারটির যোগফল কত হয়? সেই ৩৭ কি না? আরে, তাই তো, ঠিক ৩৭!

১১	৮	১৬	২
১৭	১	১২	৭
৪	১৮	৬	৯
৫	১০	৩	১৯

= ৩৭

৮ + ২ + ১৮ + ৯ = ৩৭!

—আচ্ছা, দেখি তো নিচের সারি বাদ না-দিয়ে ওপরের সারি বাদ দিয়ে, একইভাবে ৩ × ৩ বর্গছকের কোনার সংখ্যা চারটির যোগফল কত?

আরে, এ-ও তো সেই ৩৭!

১১	৮	১৬	২	
১৭	১	১২	৭	
৪	১৮	৬	৯	= ৩৭
৫	১০	৩	১৯	

১ + ৭ + ১০ + ১৯ = ৩৭!

—তাহলে দেখা যাক বাঁ পাশের স্তম্ভ বাদ না-দিয়ে ডান পাশের স্তম্ভ বাদ দিলে কী হয়। এই ৩ × ৩ বর্গছকের কোনার সংখ্যা চারটি যোগ করলে পাচ্ছি সেই ৩৭!

১১	৮	১৬	২	
১৭	১	১২	৭	
৪	১৮	৬	৯	= ৩৭
৫	১০	৩	১৯	

১৭ + ১২ + ৫ + ৩ = ৩৭!

—এখন তাহলে বাকি থাকল নিচের সারি ও ডান দিকের স্তম্ভ বাদ দিয়ে হিসাব করা। আরে, এর যোগফলও তো সে-ই ৩৭!

১১	৮	১৬	২	
১৭	১	১২	৭	= ৩৭
৪	১৮	৬	৯	
৫	১০	৩	১৯	

১১ + ১৬ + ৪ + ৬ = ৩৭!

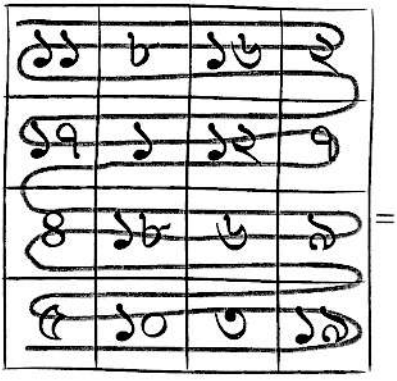
ওস্তাদের মার শেষ রাতে

আপনি বেশ আস্থার সঙ্গে ঘোষণা করেন, এবার দেখাব গণিতের জাদু কাকে বলে। কোনো ঘর আর বাদ নয়। আসুন ১৬টি ঘরের সব সংখ্যার যোগফল বের করি।

যার যার মোবাইলের ক্যালকুলেটরে সবাই যোগ করতে শুরু করে দিয়েছেন। সবাই চেঁচিয়ে উঠলেন, আরে ভাই, এবার তো জাদু আর খাটল না। যোগফল হয়েছে ১৪৮, আপনার ৩৭ তো হলো না? জাদুকর সাহেব, ধরা খেয়ে গেলেন?

আপনি একটু থতমত খাওয়ার ভান করুন। পরক্ষণেই যেন সংবিত ফিরে পেয়ে বলুন, আরে মশাই, বুঝছেন না, এটা ৪ × ৪ বর্গের ছক। সব সংখ্যার যোগফলকে ৪ দিয়ে ভাগ করে দেখুন তো কত হয়? কী, হিসাব মিলেছে তো? ৩৭ সংখ্যাটি পেয়েছেন তো?

এখানে আপনি একটু চালাকি করে সবাইকে গোলকধাঁধায় ফেলে দিয়েছেন। আসলে একের পর এক স্তম্ভ-সারি, কর্ণ ও বিভিন্ন ঘরের সংখ্যা যোগ করার চক্করে ঘুরিয়ে ঘুরিয়ে দর্শকদের এমন এক জায়গায় নিয়ে গেছেন যে ওরা খেয়ালই করেনি কোনটার সঙ্গে কোনটা যোগ করে কী পাওয়া যাচ্ছে, কত হচ্ছে, ইত্যাদি।



১১ + ৮ + ১৬ + ২ +
১৭ + ১ + ১২ + ৭ +
৪ + ১৮ + ৬ + ৯ +
৫ + ১০ + ৩ + ১৯ = ১৪৮

১৪৮ ÷ ৪ = ৩৭

গণিতের ৪ × ৪ ছকের জাদু এখানেই শেষ। অর্থাৎ আপনি বিশেষ যে জাদুর ছকটি তৈরি করেছেন তার চমকপ্রদ সব বৈশিষ্ট্যই আপনি দেখিয়েছেন। এ ধরনের জাদুর ছকের খেলা আরও আছে। সে বিষয়ে পরে আসছি।

আপনি কিন্তু আগে জানেন না জন্মদিনের অনুষ্ঠানের একজন অতিথির প্রত্যাশিত সংখ্যাটি কত হতে পারে। একেবারে অজানা একটি সংখ্যা আপনি ছকের গোলকধাঁধা থেকে অনায়াসে বের করে এনেছেন।

জাদু মানে তো অলৌকিক কিছু নয়। আপনার জাদুর পেছনেও আছে কৌশল। কীভাবে কী হয়, কীভাবে আপনি হিসাব মিলিয়ে দিলেন, সেসব পরবর্তী অধ্যায়ে বিস্তৃত ব্যাখ্যা দিয়ে বর্ণনা করছি। কিন্তু তার আগে বলা দরকার যে আপনি সবাইকে তাক লাগিয়ে দিচ্ছেন। কারণ, অতিথিরা দেখছেন যে আপনি তাৎক্ষণিকভাবে এমন অসাধ্য সাধন করছেন, যা একমাত্র কম্পিউটারই হয়তো পারে।

প্রকৃতপক্ষে আপনি সেটাই করেছেন। এতে কোনো ফাঁকি নেই। কিন্তু করেছেন এমনভাবে যে কৌশলটি যারা জানে না, তাদের অবাক না হয়ে উপায় নেই।

কীভাবে সম্ভব গণিতের এই জাদু

এই জাদু দেখানোর জন্য আপনার গণিতে পারদর্শী হওয়ার দরকার নেই। এমনকি বিজ্ঞান বিষয়ে খুব বেশি কিছু জানারও দরকার নেই। শুধু ১, ২, ৩, ৪... গণনা জানা ও সামান্য যোগ-বিয়োগ করতে পারাই যথেষ্ট। আপনাকে শুধু চার সারি সংখ্যা মনে রাখতে হবে। সারিগুলো হলো

১১	৮	২	
১	১২	৭	
৪	৬	৯	এবং
৫	১০	৩	

ম্যাজিক স্কয়ারের আসল রহস্য এই চার সারি সংখ্যা। আপনার লেখা জাদুর ছকটি (পৃষ্ঠা ২২) দেখলেই বুঝবেন, এই চার সারি সংখ্যা দিয়ে কীভাবে ম্যাজিক স্কয়ার পূরণ করা হয়েছে। অবশ্য প্রতি সারিতে একটি করে ঘর অন্য সংখ্যা দিয়ে পূরণ করতে হবে। এরও একটা নিয়ম আছে।

১ থেকে ৫০-এর মধ্যে যেকোনো সংখ্যাই বলা হোক না কেন, অর্থাৎ যে সংখ্যাটি হবে সব দিকের অভিন্ন যোগফল, সেটা যা-ই হোক না কেন, ওপরে বর্ণিত চার সারি সংখ্যা দিয়ে খুব সহজে ম্যাজিক স্কয়ারটি মেলানো যাবে। এ যেন ধন্বন্তরি বটিকা। সবকিছুতে কাজ দেয়।

আপনি যে সংখ্যাটিকে যোগফল হিসেবে পেতে চান, সেটা ৩৭ না ৪৭, নাকি ১৪, তাতে কিছু যায় আসে না। শুধু প্রত্যাশিত সংখ্যাটা হতে হবে ১ থেকে ৫০-এর মধ্যে। বাকি কাজ খুব সোজা। আপনি এক টানে ১৬টি ঘর পূরণ করে দিতে পারবেন। হিসাব মিলিয়ে দেওয়া যাবে।

এই অসম্ভব ব্যাপারটা সম্ভব করতে পারবেন যদি ওই চার সারি সংখ্যা আপনি মনে রাখতে পারেন। এটা যদি সম্ভব হয়, তাহলে আর আপনাকে পায় কে! আপনি অচিরেই গণিত-তারকা হয়ে যাবেন।

সংখ্যা-সারি চারটা খুব বড়, তাই না? এসব সংখ্যা কি মনে রাখা সম্ভব?

কীভাবে মনে রাখবেন

কোনো কিছু মনে রাখার বিশেষ বুদ্ধি আছে। মুখস্থ করার দরকার নেই। অবশ্য মুখস্থ করা আর মনে রাখার মধ্যে পার্থক্য করা খুব মুশকিল। বিশেষভাবে এই ক্ষেত্রে। এই চার সারি সংখ্যা আপনাকে এমনভাবে মনে রাখতে হবে যেন লেখার সময় এক সেকেন্ডও চিন্তা করতে না হয়। মনে হতে পারে, এটা তো মুখস্থ করাই হলো, পার্থক্য কী?

পার্থক্য একটা আছে। কোনো কিছু মুখস্থ করার অর্থ এর আগে-পিছে কিছু না-বুঝে, কেন এরকম, কেন নয়, এর তাৎপর্য কী, এসব না-বুঝে স্রেফ তোতা পাখির মতো কিছু এমনভাবে আত্মস্থ করা যেন দরকার হলেই গড়গড় করে তা উগড়ে দেওয়া যায়। কোনো কিছু বুঝে নিয়ে, কোথায়, কেন, কী তাৎপর্য—এসব সম্পর্কে বিস্তৃত বুঝে নিয়ে শেখাই হলো প্রকৃত শেখা। এ জন্য যান্ত্রিকভাবে মুখস্থ করার দরকার হয় না।

কিন্তু সংখ্যাগুলো মনে রাখার উপায় কী

প্রথমে লক্ষ করুন, সংখ্যা চারটিতে ১ থেকে ১২ পর্যন্ত ১২টি সংখ্যা একবার করে ব্যবহার করা হয়েছে। এবার দেখুন, এই সংখ্যাগুলোকে চারটি অংশে ভাগ করা হয়েছে। এই চার অংশ ম্যাজিক স্কয়ারের চারটি সারির ঘরগুলো পূরণ করার জন্য।

প্রতি সারিতে তো চারটা করে ঘর, কিন্তু ওপরের সংখ্যায় প্রতি সারিতে রয়েছে মাত্র তিনটা করে সংখ্যা। তার মানে, প্রতি সারিতে একটি করে ঘর খালি থাকবে, যেটা পূরণ করতে হবে দর্শক যে সংখ্যাটা বলবেন, সেই সংখ্যা থেকে হিসাব করে বের করা কোনো সংখ্যা দিয়ে।

এখন আপনার আসল কাজ হলো চারটি সারির সংখ্যাগুলো মনে রাখা। প্রথম সারিতে রয়েছে ১১, ৮ ও ২। প্রথম সংখ্যাটা ১১, এটা মনে রাখতে হবে। এর পর ৩ বিয়োগ করে লিখুন ৮। যেহেতু সব সারিতে

তিনটি করে সংখ্যা, তাই মনে রাখা সুবিধা। ১১ থেকে ৩ বাদ দিয়ে লিখলেন ৮। আর ১১-এর ১ + ১ = ২, এই হিসাব মনে রেখে প্রথম সারির শেষ অঙ্কটা লিখুন ২।

আবার এটাও মনে রাখতে পারেন যে প্রথম সারির অঙ্কগুলোর যোগফল ২১, দ্বিতীয় সারির অঙ্কগুলোর যোগফল ২০ ও তৃতীয় সারির অঙ্কগুলোর যোগফল ১৯ এবং চতুর্থ সারির অঙ্কগুলোর যোগফল ১৮। প্রতি সারিতে ২১ থেকে ১ করে কম। প্রথম সারিতে ১১ ও ৮ মনে রাখলে তৃতীয় অঙ্কটি যে ২ হবে, তা আপনি ২১ থেকে প্রথম দুটি অঙ্কের যোগফল ১৯ (= ১১ + ৮), বিয়োগ করেও বের করতে পারেন। মুখে মুখে চট করে যোগ-বিয়োগ করা এমন কিছুই নয়। অর্থাৎ প্রথম সারিটি হলো ১১ ৮ ২।

দ্বিতীয় সারির প্রথম অঙ্কটি ১, এটা মনে রাখুন। ১-এর পর যেহেতু আসে ২, এই যুক্তিতে আপনি মনে রাখুন, দ্বিতীয় সংখ্যাটি ১২। এখন ১ + ১২ = ১৩, আর দ্বিতীয় সারির অঙ্কগুলোর যোগফল হতে হবে ২০। তাহলে সহজেই বোঝা যায়, এই সারির তৃতীয় অঙ্কটি হবে ২০ - ১৩ = ৭ । এই বিয়োগফল আপনি সহজেই মুখে মুখে করে ফেলতে পারেন। তাহলে আপনি দ্বিতীয় সারিটিও বুঝে ফেললেন, সারিটি হলো ১ ১২ ৭।

তৃতীয় সারির প্রথম অঙ্কটি ৪, এটা মনে রাখুন। এর পরের ঘরে, অর্থাৎ দ্বিতীয় ঘরে ৪-এর সঙ্গে ২ যোগ করে লিখুন ৬ এবং এর পর তৃতীয় ঘরে ৬-এর সঙ্গে ৩ যোগ করে লিখুন ৯। অর্থাৎ, ৪-এর সঙ্গে প্রথমে ২ ও এর পর ৩ যোগ করতে হবে। খুব সহজ হিসাব, তাই না? আপনি পেয়ে গেলেন তৃতীয় সারির সংখ্যা : ৪ ৬ ৯।

এবার শেষ সারিতে আসুন। প্রথম সংখ্যাটি ৫, এটা মনে রাখুন। এর পর, অর্থাৎ দ্বিতীয় ঘরে ৫-কে ২ দিয়ে গুণ করে লিখুন ১০। আর তৃতীয় অঙ্কটি বের করার জন্য মনে রাখুন, এই সারির অঙ্কগুলোর যোগফল ১৮, তাই শেষ সংখ্যাটি হবে ১৮ - ১৫ = ৩। এবার আপনি চতুর্থ সারির সংখ্যা পেয়ে গেলেন : ৫ ১০ ৩।

আরও সহজে মনে রাখা যায়

প্রথমে কয়েকবার মনে মনে সংখ্যা চারটি আউড়ে নিন। চার ভাগে, থেমে থেমে। যেমন, এগারো আট দুই, এক বারো সাত, চার ছয় নয়, পাঁচ দশ তিন। প্রতি সারির প্রথম সংখ্যাটি মনে রাখুন, এর পরের সংখ্যাগুলো ওপরে

বিশ্লেষণ করা পদ্ধতিতে মনে মনে বলে যান। কয়েকবার বলার পর একটা কাগজে লিখুন। কাগজটা পকেটে রাখুন। মাঝেমধ্যে খুলে চোখ বুলিয়ে নিন। যুক্তিগুলো মনে রাখলে পুরো সংখ্যাটি চোখের সামনে ভেসে উঠবে। এ জন্য দু-তিন দিনের বেশি সময় লাগার কথা নয়।

কয়েক সারি সংখ্যা মনে রাখার আরও অনেক উপায় আছে। বস্তুত, প্রাত্যহিক জীবনে অনেক কাজের জন্যই এ রকম কিছু সংখ্যা আমাদের মনে রাখতে হয়। আমরা নিজেদের মতো করে মনে রাখার নিজস্ব ধরন বের করি। এখানে আমরা সাধারণ কতগুলো পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করেছি। এর বাইরেও অনেকভাবেই সংখ্যাগুলো মনে রাখা যায়। মনে রাখাটাই মূল কথা। কীভাবে মনে রাখতে হবে, সেটা বড় বিষয় নয়।

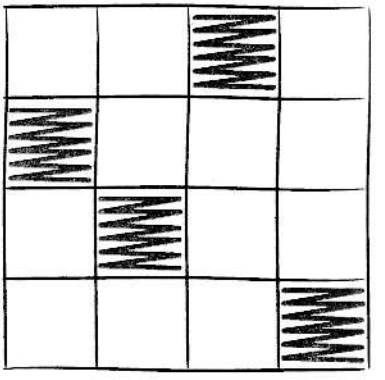
অনেকে পড়ার সময় গান শোনেন। এতে মনে রাখা সহজ হয়। আমি নিজে পরিসংখ্যানে অনার্স ও মাস্টার্স পরীক্ষার সময়, সত্তরের দশকে, রেকর্ড প্লেয়ারে রবীন্দ্র, নজরুল, হেমন্ত, শচীন দেববর্মণের গান চালিয়ে পড়তাম। পরে পরীক্ষার হলে কাই স্কয়ার (χ^2) বা এ ধরনের কোনো জটিল ডিস্ট্রিবিউশন লিখতে গিয়ে লক্ষ করি, কোথাও আটকে গেলে মনের মধ্যে গানের বিশেষ কোনো কলি বেজে উঠছে, আর তখনই মনে পড়ে যাচ্ছে সবকিছু। আমাদের চার লাইন সংখ্যা মনে রাখার জন্য এ পদ্ধতিও নেওয়া যেতে পারে।

একসময় দেখা যাবে সংখ্যাগুলো সব চোখের সামনে যেন ভেসে বেড়াচ্ছে!

এবার আপনি জাদু দেখানোর জন্য প্রস্তুত।

সংখ্যাগুলো কীভাবে বসাবেন

আপনার সামনে ৪ × ৪ ম্যাজিক স্কয়ার। ১৬টি ঘর। চার সারি সংখ্যা আপনার মনে আছে। লক্ষ করুন, প্রতিটি সারিতে চারটি ঘর, কিন্তু আপনার জানা আছে তিনটি করে সংখ্যা। তাই প্রতি সারিতে একটি করে ঘর খালি রেখে আপনি চার সারি সংখ্যা বিশেষ একটি নিয়মে একেবারে এক নিঃশ্বাসে লিখে যান। নিয়মটি হলো, প্রথম সারির তৃতীয় ঘর, দ্বিতীয় সারির প্রথম ঘর, তৃতীয় সারির দ্বিতীয় ঘর ও চতুর্থ সারির শেষ ঘরটি খালি থাকবে।



প্রতি সারিতে নির্ধারিত একটি করে ঘর খালি

আপনাকে ৩৭ সংখ্যাটি বলা হয়েছে।

আপনি তর্জনী দিয়ে মাথায় দুটি টোকা দিয়ে বলুন, ঠিক আছে, আমি এমনভাবে ঘরগুলো পূরণ করব যে আপনারা এই ৩৭-এর চক্করে পড়ে বিস্ময়ে হতবাক হয়ে যাবেন।

মনে রাখবেন, কথা বলতে বলতে আপনি মার্কার কলম দিয়ে লেখা শুরু করে দিয়েছেন। কারণ, সংখ্যাটি যা-ই বলা হোক, চার সারির সংখ্যাগুলো তো একই থাকবে! শুধু মনে রাখুন, প্রতি সারির কোন ঘরগুলো খালি থাকবে। সেই ঘরগুলো বাদ রেখে বাকি ঘরগুলো আপনার জানা সংখ্যা দিয়ে পূরণ করুন।

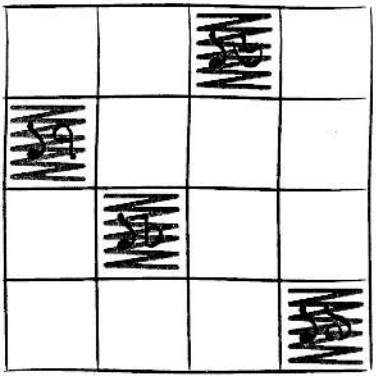
সামান্য মাথা খাটান

এবার আসল ম্যাজিকের ব্যাপার। ২১ সংখ্যাটি মনে আছে তো? সেই যে প্রথম সারির সংখ্যাগুলোর যোগফল : ১১ + ৮ + ২ = ২১। এই ২১ সংখ্যাটি আপনি যক্ষের ধনের মতো আগলে রাখুন। গণিতের এই জাদু যেখানেই দেখাবেন, যে সংখ্যাটিই বলা হোক না কেন, আপনার যেমন ১১ ৮ ২, ১ ১২ ৭...সংখ্যা-সারি চারটি মনে রাখতে হবে, তেমনি মনে রাখতে হবে ২১ সংখ্যাটি।

২১-এর খেলা

দর্শকেরা আপনাকে বলেছে ৩৭ সংখ্যাটি। প্রত্যাশিত সংখ্যা ৩৭। আপনি খুব দ্রুত ৩৭ থেকে ২১ বিয়োগ করুন। এর একটা সহজ উপায় হলো, প্রথমে মনে মনে ১০ বিয়োগ করুন, তারপর আরও ১০ বিয়োগ, তারপর মাত্র ১ বিয়োগ। ব্যস, আপনার জাদুর মূল সমাধানসূত্র পেয়ে গেলেন। যেমন, ৩৭ - ১০ = ২৭, ২৭ - ১০ = ১৭, ১৭ - ১ = ১৬। এই ১৬ সংখ্যাই হলো জাদুসংখ্যা। এবার প্রথম সারির যে ঘরটি ফাঁকা রেখেছিলেন (তৃতীয় ঘর), সেখানে জাদুসংখ্যাটি লিখুন। এর পর আর কেউ আপনাকে ঠেকাতে পারবে না। শুধু ১ যোগ করে করে ফাঁকা ঘরগুলোতে বসিয়ে দিন। দ্বিতীয় সারির ফাঁকা ঘরে ১৭, তৃতীয় সারির ফাঁকা ঘরে ১৮ ও চতুর্থ বা শেষ সারির ফাঁকা ঘরে ১৯ সংখ্যাটি লিখুন। অন্য ঘরগুলো পূর্বনির্ধারিত সূত্র অনুযায়ী লিখে গেলেই হয়ে গেল আপনার ম্যাজিক স্কয়ার।

লেখার সময় দর্শকদের বুঝতে দেওয়া যাবে না যে আপনি পূর্বনির্ধারিত কিছু সংখ্যা বসিয়ে দিচ্ছেন। এটা খুব গুরুত্বপূর্ণ। এমনভাবে লিখতে হবে, যেন আপনি চটপট হিসাব মিলিয়ে লিখছেন, যেন আপনি এক জীবন্ত কম্পিউটার।



ফাঁকা ঘরগুলোতে পর্যায়ক্রমে ১৬, ১৭, ১৮ ও ১৯

কৌশল হিসেবে মাঝেমধ্যে মাথা চুলকে নিন, মনে হবে হোঁচট খাচ্ছেন। জাদুর অনুষ্ঠানটি প্রাণবন্ত রাখতে হবে।

১১	৮	১৬	২	
১৭	১	১২	৭	
৪	১৮	৬	৯	= ৩৭
৫	১০	৩	১৯	

সংখ্যাটি যা-ই হোক

যদি সংখ্যাটি ৩৭ না হয়ে, ধরা যাক ৪৩ হতো? কোনো সমস্যা নেই। আপনার হিসাবটা হবে এরকম: ৪৩ ... ৩৩ ... ২৩ ... ২২! আপনার জাদুসংখ্যাটি ২২। তাই ফাঁকা ঘরের সংখ্যাগুলো হতো যথাক্রমে ২২, ২৩, ২৪, ২৫!

১১	৮	২২	২
২৩	১	১২	৭
৪	২৪	৬	৯
৫	১০	৩	২৫

= ৪৩

সংখ্যাটি যদি ২১ বা এর চেয়ে কম হয়

এতে কোনো সমস্যা নেই। যদি সংখ্যাটি ২১ হয়, তাহলে জাদুসংখ্যাটি হলো ২১ - ২১ = ০। চারটি ফাঁকা ঘরে বসবে যথাক্রমে ০, ১, ২, ৩। কিন্তু যদি ২১-এর কম হয়, তাহলে ফাঁকা ঘরের সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক হবে, যা সাধারণ গণিতের সঙ্গে খুব বেশি যায় না। যেমন, কেউ ১১ সংখ্যাটি বলল। এখন জাদু সংখ্যাটি হলো ১১ - ২১ = -১০। এ ক্ষেত্রে ফাঁকা ঘরগুলোতে বসবে -১০, -৯, -৮, -৭। জাদু সংখ্যাটি যেহেতু -১০, তাই এর সঙ্গে ১ যোগ করে করে বাকি অঙ্কগুলো পাওয়া গেছে।

১১	৮	-১০	২
-৯	১	১২	৭
৪	-৮	৬	৯
৫	১০	৩	-৭

= ১১

এবং সে ক্ষেত্রে পুরো ছকের চিত্রটি হবে নিম্নরূপ। কিন্তু মিলিয়ে দেখুন, সব যোগফল ঠিকই মিলে যাচ্ছে। সেখানে কোনো গন্ডগোল নেই।

১১	৮	-১০	২	= ১১
-৯	১	১২	৭	= ১১
৪	-৮	৬	৯	= ১১
৫	১০	৩	-৭	= ১১

সব দিকে যোগফল ১১!

তবে এটা অবশ্য স্বীকার করতেই হবে যে বিভিন্ন ঘরে ঋণাত্মক সংখ্যাগুলো বেমানান লাগছে। তাহলে কী করা যায়?

একটু চালাকি করতে পারেন

আপনি যদিও ১ থেকে ৫০-এর মধ্যে যেকোনো একটি সংখ্যা ধরতে বলবেন, কিন্তু চেষ্টা করবেন যেন সেটি ২১-এর চেয়ে বেশি হয়। সমস্যা হলো, কেউ হয়তো ম্যাজিকে ফাঁকিবাজির গন্ধ পাবেন। তাই একটু চালাকি করা যায়। যেমন, কেউ বলল ৮। আপনি হেসে বললেন, মাত্র ৮, এত ছোট অঙ্ক! এ তো একনিমেষে করে ফেলব। আরে ভাই, একটু বড় সংখ্যা ধরুন না। ৩০-৪০ হলেই না বোঝা যাবে আমার জাদুর শক্তি কত!

এভাবে প্রভাবিত করতে পারলে ভালো। না হলে যেকোনো সংখ্যা নিয়ে আপনার জাদু দেখাতে অসুবিধা তো নেই।

একটু মজা করতে পারেন

আপনি প্রথমে একটা সংখ্যা বলার অনুরোধ করার পর লক্ষ করলেন, কেউ হয়তো কোনো সংখ্যা বলতে চাইছেন, কিন্তু জড়তার জন্য মুখ ফুটে বলছেন

না। একটু সময় নিচ্ছেন। আপনি সেই সুযোগটা নিন। চট করে বলুন, এই যে আপনি, আপনি বলুন তো একটা অঙ্ক বা সংখ্যা। হ্যাঁ, এই তো ধরে ফেলেছি, আপনি নিশ্চয়ই ভাবছেন ৩৭, তাই না?

যেহেতু ৫০টি সংখ্যা, তাই আপনার অনুমান মিলে যাওয়ার সম্ভাবনা ভালোই। যদি সৌভাগ্যক্রমে মিলে যায়, তাহলে তো আপনি বিরাট জাদুকর হয়ে গেলেন। শুধু গণিতের জাদু নয়, মনের কথা বোঝার ক্ষমতাসম্পন্ন অসামান্য ব্যক্তি হিসেবেও আপনি সবার কাছে বিস্ময়ের পাত্র হয়ে থাকবেন। আর যদি না মিলে, আপনি আর দুয়েক জনকে বলতে পারেন, মিলে গেলেও মিলতে পারে। যদি না মিলে, ক্ষতি নেই। আপনি বলবেন, বেশ তো, আপনি ৩৭ সংখ্যাটা ভাবছেন না, তাহলে বলুন কত? তিনি যখন একটা সংখ্যা বলবেন, আপনি সঙ্গে সঙ্গে জাদুসংখ্যাটা বের করে ঘর পূরণের কাজ শুরু করে দেবেন।

একটা কথা মনে রাখবেন

ঘরগুলো এলোমেলোভাবে পূরণ করতে হবে। আপনি যদি একটানা একের পর এক ঘরগুলোতে সংখ্যা লিখে যান, তাহলে স্বাভাবিকভাবেই সবাই বলবে, ম্যাজিক না ছাই! কারণ, আপনি তো মুখস্থ লিখে দিচ্ছেন। তাই প্রথমে জাদুসংখ্যাটা বের করে সেটা লিখে ফেলুন। এরপর ওপর-নিচে, ডাইনে-বাঁয়ে করে লিখে যান। মাঝে দুয়েকবার ইচ্ছে করে ভুল সংখ্যা লিখে আবার কেটে ঠিক করে দিন। সবাই ভাববে, ভুল করতে করতে পার পেয়ে গেলেন। এতে আপনার ম্যাজিকটা যে খাঁটি, সে ব্যাপারে সন্দেহের অবকাশ থাকবে না।

বারবার অনুশীলন করুন

আপনার জাদু নিখুঁত করার জন্য বিশেষ প্রস্তুতি নিতে হবে। এ জন্য দরকার প্রচুর অনুশীলন। বারবার জাদুচর্চার মধ্য দিয়ে আপনি দক্ষ হয়ে উঠবেন। মনে রাখতে হবে, জাদু দেখানো একটা খুব উঁচু মানের শিল্প। এই শিল্পের মর্যাদাহানি ঘটানো যাবে না। খুব ঠান্ডা মাথায়, ধীরস্থিরভাবে একের পর এক চাল দিয়ে যান। সবাইকে তাক লাগিয়ে দিন।

জাদুর সৌন্দর্য রক্ষায় মনোযোগ দিন

আপনি যদি জুয়েল আইচ, উলফাৎ কবীর বা প্রখ্যাত কোনো জাদুশিল্পীর জাদু দেখে থাকেন, তাহলে নিশ্চয়ই লক্ষ করেছেন, এটি একটি শিল্প। উদ্দেশ্য শুধু তাক লাগিয়ে দেওয়াই নয়, সুন্দরভাবে কথা বলে বুঝিয়ে দেওয়া, জাদুর বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করা—সবকিছুই শিল্পীর মন নিয়ে করতে হবে। কথার মধ্যে যেমন প্রয়োজনীয় বক্তব্য থাকবে, তেমনি থাকবে কৌতুক, হাস্যরস। হাসতে হাসতে ছেলেমেয়েরা লুটিয়ে পড়বে। এভাবে নীরস গণিতকে প্রাণবন্ত করে তুলতে হবে।

যেমন, কিছুক্ষণ খেলা দেখানোর পর আপনি বললেন, আর কতভাবে যোগ করে দেখাব যে আপনার সংখ্যাটাই ধ্রুব তারার মতো সর্বত্র বিরাজমান! আচ্ছা, ছকের দুটি কিনার বাদ দিয়ে ৩ × ৩ স্কয়ার করে এবার কোনার সংখ্যাগুলো যোগ করে দেখি তো কী হয়? যেন আপনিও এর ফল সম্পর্কে নিশ্চিত নন। তারপর হঠাৎ ফল মিলে যাওয়ায় আপনিও চিৎকার করে উঠুন, আরে, এ যে দেখছি জাদুর চেয়েও বড় জাদু, জাদু টু দ্য পাওয়ার টু, জাদু স্কয়ার!

শ্রোতা-দর্শকেরা মন্ত্রমুগ্ধের মতো আপনার দিকে তাকিয়ে আছেন। আপনি যেন এক মহাকাব্য রচনা করে চলেছেন। এর এক-একটা অধ্যায় নতুন বিস্ময়ের জন্ম দিচ্ছে।

এর পর কী! আরও আছে নাকি? সবার এই সব প্রশ্নের উত্তরে আপনি খুব ধীরস্থিরভাবে বলছেন, অপেক্ষা করুন। এই যে, ওইখানে, ছোট্ট বাবু, এসো তো, এই ম্যাজিক স্কয়ারের মাঝখানের চারটা খোপে এই নীল রঙের কলম দিয়ে দাগ দিয়ে যাও, দেখো কী মজার ব্যাপার! এর পর আপনি চারটি সংখ্যার যোগফল বের করে দেখিয়ে দিলেন সেটাও ঠিক ৩৭!

আপনি নিজেও এ ধরনের মজার কৌশল বের করতে পারেন। মোট কথা, খুব সাবলীল ভঙ্গিতে, সবাইকে সম্মোহিত করে জাদু দেখিয়ে যেতে হবে।

আপনার হাতে কালো, লাল, নীল, সবুজ প্রভৃতি রঙের মার্কার কলম রাখুন। জাদু দেখানোর সময় হয়তো ছকটা আঁকলেন কালো রঙে, বিভিন্ন ঘরে সংখ্যাগুলো লিখলেন নীল রঙে। আবার যোগফলগুলো বোঝানোর জন্য লম্বা বা আড়াআড়ি ঘরগুলো লাল রঙের দাগ দিয়ে কেটে দিলেন আঁকাবাঁকা রেখায়। খুব চৌকস ভঙ্গিতে।

আপনি নিজে কোনো পেশাদার জাদুকর নন। গণিতও কোনো আকর্ষণীয় জাদুর বিষয় নয়। উপরন্তু আপনার নেই কোনো যন্ত্রপাতি। একেবারে তাৎক্ষণিক যেন জাদু দেখাতে শুরু করেছেন। শুধু সবার দৃষ্টি আকর্ষণের জন্য ব্যতিক্রমী পোশাক পরেছেন। আর আপনার মাথায় আছে গণিতের খুব মূল্যবান একটি ছক। এটুকুই আপনার সম্বল।

মুখে সব সময় হাসি ধরে রাখুন। কথার ফাঁকে ফাঁকে কৌতুক করতে ভুলবেন না। জন্মদিনের অনুষ্ঠানে এসে কেউ যেন বিরক্ত না হন, সেদিকে খেয়াল রাখুন।

আবার এটাও মনে রাখতে হবে, কথা কম, জাদু বেশি। মাঝেমধ্যে বৈচিত্র্য আনতে হবে। এ জন্য ফাঁকে ফাঁকে গণিতের ছোটখাটো জাদু চট করে দেখিয়ে নেওয়া যায়। এ রকম কিছু চমৎকার জাদুর খেলা এ বইয়ের শেষ দিকে রয়েছে। কিন্তু এসব বাড়তি জাদু খুব নিপুণভাবে জুড়ে দিতে হবে। সংগতিপূর্ণ না হলে সব মাটি হয়ে যেতে পারে। একবার উৎসাহ হারিয়ে ফেললে সর্বনাশ।

প্রকৃতপক্ষে আপনি যে জাদু দেখাচ্ছেন, তা খুব উচ্চমানের গণিত। দর্শক যে সংখ্যাই প্রত্যাশা করছেন, আপনি চট করে তা ছকে সাজিয়ে দিচ্ছেন। বারবার এই জাদু দেখাবেন না, সেটা অন্য ব্যাপার। কিন্তু আপনি প্রস্তুত। প্রত্যাশিত সংখ্যাটি ১ থেকে ৫০-এর মধ্যে যেটাই হোক না কেন, আপনি সেই প্রত্যাশা অনায়াসে পূরণ করতে প্রস্তুত। এটাই আপনার জোর। তাই মনে কোনো দ্বিধাদ্বন্দ্ব রাখবেন না।

ভালো অনুশীলনই আপনাকে সাফল্যের দোরগোড়ায় নিয়ে যাবে। আয়নার সামনে দাঁড়িয়ে কয়েকবার পুরো কথোপকথন নিয়ে মহড়া দিতে পারেন। এ ধরনের প্রস্তুতি ছাড়া জন্মদিনের অনুষ্ঠানে ছোট-বড় সবার মন জয় করা কঠিন।

জাদুর কৌশল গোপন রাখুন

জাদু শেষ, এবার কেউ হয়তো বলবেন, আচ্ছা, ৩৭ না, আমি ধরলাম ৫। তিনি হয়তো অনুযোগ করে বলবেন, আপনি তো ছোট সংখ্যা ধরতে আমাদের প্রথমেই নিরুৎসাহিত করেছেন। ছোট অঙ্ক দিলে নাকি আপনি চট করে সমাধান দিয়ে দিতে পারবেন। বেশ তো, আপনার দাবিই মেনে নিলাম। ছোট অঙ্কই ধরলাম। আপনার জন্য সহজ করে দিলাম। দেখি তো এবার আপনি পারেন কি না? আসলে যেকোনো সংখ্যা মেলানোর সাধ্যি কি আপনার আছে?

এভাবে বারবার পরীক্ষায় ফেলার একটা উন্মাদনায় আপনি আটকে যেতে পারেন। আপনি তো অবশ্যই ১ থেকে ৫০-এর মধ্যে যেকোনো সংখ্যা মিলিয়ে দিতে পারবেন। কিন্তু সেটা বারবার দেখাতে যাওয়ার একটা বিপদ আছে। কারণ, কেউ হয়তো খুব মনোযোগ দিয়ে লক্ষ করলে ধরে ফেলবেন যে প্রতিবারেই ১১ ৮ ২, ১ ১২ ৭, ...রাশিমালা একই ধারায় লিখে চলেছেন। এটা যদি কেউ ধরে ফেলেন, তাহলেই সর্বনাশ।

কীভাবে এই পরিস্থিতি মোকাবিলা করবেন

আপনি একটু মাথা চুলকান, যেন মহা বিপদে পড়েছেন। এরপর একটু বোকা-বোকা হাসি হাসুন।

সবাই আপনার পাণ্ডিত্যের সীমাবদ্ধতা সম্পর্কে নিশ্চিত হতে চলেছেন। ঠিক এমন এক সন্ধিক্ষণে আপনি আবার দুর্জয় মেধাশক্তি নিয়ে জেগে উঠুন। হেসে বলুন, আমি আপনার সংখ্যাটা নিয়েও একনিমেষে দেখিয়ে দিতে পারি যে অঙ্কের জাদু দিয়ে কীভাবে ৫ বানাতে হয়! কিন্তু দেখাব না, ওস্তাদের নিষেধ

আছে। তিনি বলে দিয়েছেন, একই আসরে বারবার একই জাদু দেখাবে না।

সবাই হয়তো শোরগোল করে উঠবেন, ও...ও...ও...ও, জারিজুরি ফাঁস! যান তো মশাই, জাদু না কচু!

আপনি ঘাবড়ে যাবেন না। বলুন, ও, আপনি চাইছেন আমি ওস্তাদের নিষেধ অমান্য করি? বেশ। একটু চোখ বন্ধ করে চিন্তা করুন। ততক্ষণে আপনি বের করে ফেলেছেন জাদুসংখ্যাটা। ৫ - ২১ = - ১৬।

আপনি চালিয়ে যান। বলুন, ওস্তাদ অবশ্য একটু ছাড় দিয়েছেন। বলেছেন, তোমার জাদু নিয়ে কেউ সন্দেহ করলে, তাদের অনুমানের অসারতা প্রমাণের জন্য দরকার হলে আরও এক-দুবার জাদুটা দেখাতে পারো।

আমি সেই 'ফোরস ম্যাজিউর' পরিস্থিতির সুযোগ নিচ্ছি। আচ্ছা, ঠিক আছে, আপনি কত বললেন, মাত্র ৫? এই দেখুন।

এরপর আপনি আরেকটা কাগজে ছক কেটে খসখস করে লিখে যান, মাঝে দুয়েকবার ভুল করে লিখে আবার মুছে ফেলে একটা বাস্তবতার ছোঁয়া দিতে ভুলবেন না। এর পর জাদুর সাম্রাজ্য জয়ের ভঙ্গিতে বলুন, এই যে আপনার ৫-এর জাদু! সব দিকে যোগফল ৫!

১১	৮	-১৬	২	= ৫
-১৫	১	১২	৭	= ৫
৪	-১৪	৬	৯	= ৫
৫	১০	৩	-১৩	= ৫

ব্যস, এ পর্যন্তই। একই জাদু একই দর্শকদের জন্য বেশিবার দেখানো বিপজ্জনক হতে পারে। হয়তো আপনার চালাকিটা কেউ ধরে ফেলতে পারেন। তাই সাবধান। দু-একজনের কথা রাখতে গিয়ে নিজের সর্বনাশ ডেকে আনবেন না।

এবার তাহলে যাই

জাদু শেষ। আপনি মাথা নুইয়ে সবাইকে অভিবাদন জানিয়ে বিদায় চাইছেন।

সারা ঘর ছেলেমেয়েদের করতালিতে মুখরিত। সবাই বলছেন, কীভাবে এত বড় গণিতের হিসাব মেলালেন? রহস্যটা কী?

—আপনি কি অলৌকিক শক্তির অধিকারী?

—আপনি তো দেখছি জীবন্ত কম্পিউটার!

—একটু বলুন না কীভাবে এটা করলেন?

আপনি যেন অন্যমনস্ক হয়ে পড়েছেন। নিজেও চিন্তায় পড়ে গেছেন। বিড়বিড় করে বলুন, কীভাবে যে করি, তা তো আমি নিজেও বুঝি না। ছকের ঘরগুলো পূরণ করার সময় হঠাৎ একের পর এক সংখ্যাগুলো মাথায় খেলে যায়। কোথা দিয়ে যে কী হয়, আমি নিজেও জানি না।

তখন অবধারিতভাবে কয়েকজন সমস্বরে বলে উঠবেন: আপনি কি ভিনগ্রহের মানুষ? আপনার কি এক্সট্রা টেরিস্ট্রিয়াল ব্রেন?

আপনি যে জাদু দেখিয়ে সবাইকে তাক লাগিয়ে দিয়েছেন, তাতে সন্দেহ নেই।

পকেটে কিছু চকলেট রাখতে ভুলবেন না। জাদু শেষে কিশোর-তরুণেরা আপনাকে ঘিরে ধরবে। জাদুর কৌশল শিখিয়ে দেওয়ার জন্য অনুরোধ করবে। আপনি তাদের চকলেট দিয়ে খুশি করুন। বলুন, শেখার ইচ্ছা যে হয়েছে এটাই আমার পুরস্কার! আমি নিশ্চয়ই তোমাদের শিখিয়ে দেব, তবে আজ নয়।

মুখে একটা হেঁয়ালি ভাব রাখুন। এই জাদুর মধ্যে যে অলৌকিক কিছু নেই, সবটাই নিরেট বিজ্ঞান, সেটা বুঝতে দিন। জাদু দেখানোর মূল উদ্দেশ্য হলো ছেলেমেয়েদের বিজ্ঞানমনস্ক করে তোলা। সে অবস্থান থেকে সরে যাওয়া যাবে না।

জন্মদিনের অনুষ্ঠান শেষ। আপনার জাদুও শেষ। তার পরও ঘরে একটা অন্য রকম পরিবেশ বিরাজ করবে। কারণ, আপনি জন্মদিনের উৎসবে একটি নতুন সংস্কৃতি যুক্ত করেছেন। জাদু তো অনেক রকমই হয়। কিন্তু গণিত নিয়ে জাদু? তা-ও আবার এত আনন্দের? এখানেই নতুনত্ব। অভিভাবকেরা খুশিই হবেন। কারণ, এ রকম জাদুর পর ছেলেমেয়েরা কম্পিউটারে বসে যাবে। খুঁজে বের করবে গণিতের আরও কত রকম কৌশল আছে।

গণিতের অনেক মজার মজার ওয়েবসাইট আছে। তরুণেরা যদি সেদিকে আকৃষ্ট হয়, তাহলে তাদের সামনে খুলে যাবে বিজ্ঞানের এক বিশাল ভান্ডার।

গণিত যখন বিনোদনের উপকরণ হয়ে ওঠে, তখন বড় ধরনের অগ্রগতি সাধিত হয়। আপনার জাদু সেই দিকে একটি দৃপ্ত পদক্ষেপ হিসেবে গণ্য হবে।

আসলে রহস্যটা কী

সবাইকে আপনি না হয় একটা কিছু বুঝিয়ে বিদায় করলেন। কিন্তু আপনাকে তো বুঝতে হবে কীভাবে কী হয়? সেই ১১ ৮ ২, ১ ১২ ৭, ৪ ...চার সারি সংখ্যার মাহাত্ম্যটা কী?

সন্দেহ নেই যে এই গণিতের সমাধান খুব জটিল। সম্ভবত ছকের ঘরগুলো পূরণের সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য এমন একটি অ্যালগরিদম বের করতে হয়েছে যেন প্রায় ১৯ ধরনের যোগফল অভিন্ন প্রত্যাশিত রাশিটি হয়। এখানে প্রধান সূত্র হলো, শুধু সারিগুলো বা স্তম্ভগুলোর ঘরে লেখা সংখ্যাগুলোই নয়, ছকের প্রতিসাম্য (মিরর ইমেজ) অবস্থানের সংখ্যাগুলোর যোগফলও হতে হবে প্রত্যাশিত সংখ্যা। যেমন চার কোনার সংখ্যাগুলো, মাঝখানের দুটি স্তম্ভ অথবা দুটি সারির দুই প্রান্তের সংখ্যা চারটির যোগফল, অথবা ৪ × ৪ জাদুর ছকের ঠিক মাঝখানের চারটি ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফল। এই প্রতিসাম্যের বিষয়টি অ্যালগরিদম নির্ণয়ে গুরুত্বপূর্ণ শর্ত হিসেবে বিবেচনায় রাখতে হয়েছে।

এখন দেখা যাক ২১ সংখ্যাটির গুরুত্ব কী। আমরা যদি লক্ষ করি তাহলে দেখব, ১১ ৮ ২, ১ ১২ ৭, ... এই মূল চার সারি সংখ্যা এমনভাবে বের করা হয়েছে যেন এর প্রথম সারির সংখ্যা তিনটির যোগফল ২১ হয় এবং এর পরের প্রতিটি সারির সংখ্যা তিনটির যোগফল ১ করে কমে যায়। সুতরাং দর্শকের প্রত্যাশিত সংখ্যা থেকে ২১ বিয়োগ করলে আমরা যে সংখ্যাটি পাব, যাকে আমরা বলেছি জাদুসংখ্যা, সেটা ফাঁকা ঘরে বসিয়ে দিলে প্রথম সারির যোগফল হবে সেই প্রত্যাশিত সংখ্যা। পরের সারিগুলোর খালি ঘরে জাদুসংখ্যার সঙ্গে ১ যোগ করে বসাতে হবে; কারণ, ওই সব সারির প্রতিটি

ক্ষেত্রে সংখ্যাগুলোর যোগফল জাদুসংখ্যার চেয়ে ১ করে কম, সেটা আগেই ব্যাখ্যা করা হয়েছে।

এখানে সমস্যা হলো, প্রতিটি সারিতে কোন ঘরটি খালি রাখা হবে? সেটা প্রথম না দ্বিতীয়, নাকি অন্য কোনো ঘর, তা নির্ধারণ করতে হবে এমনভাবে, যেন সেই ঘরে জাদুসংখ্যা থেকে প্রাপ্ত সংখ্যাটি লিখলে সেই কলামের যোগফলও প্রত্যাশিত সংখ্যা হয়। এ জন্যই কোন সারিতে কোন ঘর খালি রাখতে হবে, তৃতীয় না প্রথম—সেগুলো অ্যালগরিদম নির্ণয়ের একটি শর্ত।

শুধু তা-ই নয়, অ্যালগরিদমটি এমন হতে হবে যেন কোনাকুনি, চার কোনা প্রভৃতি সব দিকের নির্দিষ্ট রাশিমালার যোগফলও সেই প্রত্যাশিত সংখ্যা হয়।

এখানে প্রায় ১৯টি শর্ত পূরণ করতে পারে, এমন সমীকরণের ব্যবহার করা হয়েছে। এটা খুব কঠিন, জটিল ও প্রায় দুরূহ। অধিকাংশ ক্ষেত্রে বারবার বিভিন্ন সংখ্যা বসিয়ে, চেষ্টা ও ভুল সংশোধনের (ট্রায়াল অ্যান্ড এরর) মাধ্যমে সমাধানসূত্রটি বের করা হয়েছে।

খুব বড় মাপের গণিতবিদ ছাড়া এটা সম্ভব হতো না।

'ওস্তাদের মার শেষ রাতে' বলে সব শেষে সবাইকে যে তাক লাগিয়ে দিয়েছেন, সেটা বরং সহজ কৌশল। এটা তো হবেই। কারণ, চারটি সারির প্রতিটির যোগফল যেহেতু ৩৭, তাই সব ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফল ৩৭-এর চার গুণ হবে। সেই মহাযোগফলকে ৪ দিয়ে ভাগ করে আবার প্রত্যাশিত সংখ্যা ৩৭-ই পাওয়া যাবে। কিন্তু আপনি এমন নাটকীয়ভাবে সেটা উপস্থাপন করেছেন যে সহজ বিষয়টি সহজে ধরা যায় না!

সমাধানের সহজ সূত্রটি জানার পর আপনি শুধু যোগ-বিয়োগ করেই গণিতের জাদু দেখিয়ে দিয়ে জীবন্ত কম্পিউটারের স্বীকৃতি পেতে পারেন।

কৃতজ্ঞতা স্বীকার

এই সাংঘাতিক মজার জাদুর ছক সম্পর্কে আমি প্রথম পড়ি লুই স্মাইলের লেখা *দ্য ম্যাজিক স্কয়ার* বইয়ে (কিনড্‌ল এডিশন)। জাদুর ছকের এ লেখা মূলত তাঁর বইয়ে বর্ণিত কৌশল অবলম্বনে, আমাদের দেশের উপযোগী করে তৈরি করা হয়েছে। হুবহু অনুবাদ নয়। তথ্যটুকু নেওয়া হয়েছে। স্থান-কাল-পাত্র সবই আমাদের দেশের উপযোগী করে সাজিয়েছি। গণিতে উৎসাহী শিক্ষার্থীদের কাছে আকর্ষণীয় করে উপস্থাপনের জন্য কিছু নাটকীয়তার আশ্রয় নিয়েছি। তবে মূল বিষয়টি স্মাইলের লেখার ছাঁচেই।

এখানে উল্লেখ করা দরকার যে উপসংহারে এসে 'আসলে রহস্যটা কী?' অধ্যায়টি আমার নিজস্ব সংযোজন। জাদুর ছকের কথা লিখতে গিয়ে এই মৌলিক বিষয়ে কিছু উল্লেখ না করলে পুরো বিষয়টি হেঁয়ালিপূর্ণ থেকে যেত। জাদু হোক বা যা-ই হোক, বিষয়টি যে বিজ্ঞান, সেটা জোর দিয়ে বলা দরকার। জাদুর সংখ্যাগুলোর যোগফল কেন সব সময় অভিন্ন সংখ্যা হয়, তার একটা ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণ আমি এখানে যুক্তিপূর্ণভাবে উপস্থিত করেছি, যা নতুন। আমার কাছে মনে হয়েছে, এ ধরনের একটা ব্যাখ্যা না থাকলে তরুণ শিক্ষার্থীদের জানার পিপাসা অপূর্ণ থেকে যাবে। এখানেই জাদুর ছকের নতুনত্ব।

কিনডল এডিশনে *ম্যাজিক স্কয়ার* বইটি পড়ে আমি সত্যিই অভিভূত হয়েছি। বিজ্ঞান ও গণিতের অনেক বই পড়েছি। কিন্তু এত আনন্দ কখনো পাইনি। ম্যাজিক স্কয়ারও অনেক ধরনের আছে, পরবর্তী অধ্যায়ে সে সম্পর্কে লিখেছি। কিন্তু স্মাইলের বর্ণিত এই ম্যাজিক স্কয়ারটি সত্যিই ব্যতিক্রমধর্মী। কোনো ম্যাজিক স্কয়ারের চার কোনায় আড়াআড়ি খণ্ডিত কর্ণের স্পর্শ-সংখ্যাগুলোর যোগফলও যে হিসাবে মেলানো যেতে পারে, তা আগে কখনো ভাবিনি। এটা সত্যিই নতুন মাত্রা যোগ করেছে। এই ম্যাজিক স্কয়ারটি ছোটদের আনন্দের এক বিশাল ভান্ডার হিসেবে কাজ করবে, তাতে সন্দেহ নেই।

জাদুর আদলে বর্ণিত এই ম্যাজিক স্কয়ারের নির্যাস গ্রহণ করে আমাদের দেশের নতুন প্রজন্ম আরও নতুন কিছু দিতে পারবে। তরুণদের উদ্ভাবনী ক্ষমতা আছে। জাদুর কৌশলগুলো তাদের সৃজনশীলতা ও অনুসন্ধিৎসা অনেক গুণ বাড়িয়ে দেবে।

৭ × ৭ ম্যাজিক স্কয়ার

৪ × ৪ জাদুর ছক হলো জোড়সংখ্যক ঘরের ম্যাজিক স্কয়ার। যদি বিজোড়সংখ্যক ঘর হয়? ধরা যাক, ৭ × ৭ ম্যাজিক স্কয়ার। এর ৪৯টি ঘর আছে। গণিতের এই জাদু একটু অন্যভাবে দেখাতে হবে।

কোনো সামাজিক অনুষ্ঠানে গেছেন। আনন্দ উৎসবে সবাই মেতে উঠেছে। আপনি ঘোষণা করলেন, গণিতের জাদু দেখাব।

একটি কাগজ ও দুই-তিন রঙের মার্কার কলম নিয়ে খসখস করে ৭ × ৭ ঘরের একটা ম্যাজিক স্কয়ার এঁকে ফেলুন। এবার ঘোষণা দিন, ছকে মোট ঘরের সংখ্যা ৭ × ৭ = ৪৯। এই ফাঁকা ঘরগুলোতে ১ থেকে ৪৯ পর্যন্ত অঙ্ক বা সংখ্যা এমনভাবে বসাতে হবে যেন প্রতিটি স্তম্ভ, প্রতিটি সারি এমনকি দুই কর্ণ বরাবর ঘরগুলোতে লেখা সংখ্যাগুলোর যোগফল একই হবে। কেউ কি পারবেন?

এটা সহজ নয়। খুব কম শিশু-কিশোরেরই জানার কথা। যদি কেউ পারে, ভালো, খুব ভালো, তাকে আপনার দলে টেনে নিন।

এরপর আপনি লেখা শুরু করুন। খসখস করে ৪৯ সেকেন্ডের মধ্যে ৪৯টি ঘরে এক-একটা সংখ্যা বসিয়ে দিন। তারপর অসাধ্য সাধনের তৃপ্তির হাসি দিয়ে সবাইকে আহ্বান জানান, মিলিয়ে দেখুন তো সব দিকের যোগফল ১৭৫ হয় কি না? কী, ঠিক কি না?

প্রথমে প্রতিটি সারির সংখ্যাগুলো পরপর যোগ করে দেখি কী হয়?

এখানে আপনি এমন একটা ভাব দেখাচ্ছেন, যেন যোগফল সম্পর্কে নিজেই নিশ্চিত নন! এটা জাদুর কৌশল। দর্শকদের আশা-নিরাশায় রেখে ঈপ্সিত ফললাভের আলাদা আনন্দ আছে।

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮	= ১৭৫
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯	
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭	
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫	= ১৭৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪	
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২	
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০	= ১৭৫

৩০ + ৩৯ + ৪৮ + ১ + ১০ + ১৯ + ২৮ = ১৭৫
৩৮ + ৪৭ + ৭ + ৯ + ১৮ + ২৭ + ২৯ = ১৭৫
৪৬ + ৬ + ৮ + ১৭ + ২৬ + ৩৫ + ৩৭ = ১৭৫
৫ + ১৪ + ১৬ + ২৫ + ৩৪ + ৩৬ + ৪৫ = ১৭৫
১৩ + ১৫ + ২৪ + ৩৩ + ৪২ + ৪৪ + ৪ = ১৭৫
২১ + ২৩ + ৩২ + ৪১ + ৪৩ + ৩ + ১২ = ১৭৫
২২ + ৩১ + ৪০ + ৪৯ + ২ + ১১ + ২০ = ১৭৫

এবার প্রতিটি স্তম্ভের সংখ্যাগুলো লম্বভাবে যোগ করি। প্রতিটি ক্ষেত্রেই যোগফল সেই ১৭৫!

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০
= ১৭৫		= ১৭৫				= ১৭৫

৩০ + ৩৮ + ৪৬ + ৫ + ১৩ + ২১ + ২২ = ১৭৫
৩৯ + ৪৭ + ৬ + ১৪ + ১৫ + ২৩ + ৩১ = ১৭৫
৪৮ + ৭ + ৮ + ১৬ + ২৪ + ৩২ + ৪০ = ১৭৫
১ + ৯ + ১৭ + ২৫ + ৩৩ + ৪১ + ৪৯ = ১৭৫
১০ + ১৮ + ২৬ + ৩৪ + ৪২ + ৪৩ + ২ = ১৭৫
১৯ + ২৭ + ৩৫ + ৩৬ + ৪৪ + ৩ + ১১ = ১৭৫
২৮ + ২৯ + ৩৭ + ৪৫ + ৪ + ১২ + ২০ = ১৭৫

এবার বাকি রইল দুই কর্ণ বরাবর ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফল।

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

= ১৭৫ = ১৭৫

৩০ + ৪৭ + ৮ + ২৫ + ৪২ + ৩ + ২০ = ১৭৫
২৮ + ২৭ + ২৬ + ২৫ + ২৪ + ২৩ + ২২ = ১৭৫!

আচ্ছা, ঠিক আছে, এবার সব সারির সব সংখ্যা যোগ করুন তো দেখি কত হয়? ও বাবা, ১২২৫!

এই সময় আপনি যেন একটু চিন্তায় পড়ে গেলেন। তার পরই হঠাৎ মনে পড়ে গেল, এরকম একটা ভঙ্গি করে বলুন, ও, তাই তো, এটা তো ৭ × ৭ ম্যাজিক স্কয়ার, তাই মোট যোগফলকে ৭ দিয়ে ভাগ করতে হবে। এই তো মিলে গেছে, ১২২৫ ÷ ৭ = ১৭৫!

আপনি দর্শকদের বিভ্রান্তিতে ফেলার চেষ্টা করছেন, কিন্তু এমনভাবে যে ওরা সেটা ধরতে পারছে না। জাদুকর ভুল করলে দর্শকদের আনন্দ হয়। এই মনস্তত্ত্ব অনুসরণ করেই আপনার এ অভিনয়।

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

= ১২২৫

৩০ + ৩৯ + ৪৮ + ১ + ... ২ + ১১ + ২০ = ১২২৫

১২২৫ ÷ ৭ = ১৭৫

এরপর আপনি বলুন, এখানেই শেষ নয়, দেখুন তো প্রতিসাম্য অবস্থানের ঘরগুলোর সংখ্যা চারটির যোগফল কত হয়, ১০০ হয় কি না? এই ১০০ সংখ্যাটি ৭ × ৭ ম্যাজিক স্কয়ারের একটি ম্যাজিক সংখ্যা। দেখুন কতভাবে ১০০ হয়।

প্রথমে মাঝখানের স্তম্ভটি বাদ দিয়ে, তৃতীয় ও পঞ্চম স্তম্ভ দুটি ধরা যাক। এদের একেবারে ওপরের ও নিচের চার কোনার সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? ১০০, তাই না?

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

= ১০০

৪৮ + ১০ + ৪০ + ২ = ১০০

আরেকটা প্রতিসাম্য অবস্থান দেখা যাক। মাঝখানের সারিটি বাদ দিয়ে ওপর থেকে তৃতীয় ও পঞ্চম সারি দুটি বিবেচনা করুন। এ দুই সারির প্রতিসাম্য অবস্থানের প্রান্তিক চারটি সংখ্যার যোগফলও সেই ১০০!

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮	
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯	
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭	
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫	= ১০০
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪	
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২	
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০	

৪৬ + ১৩ + ৩৭ + ৪ = ১০০!

আচ্ছা, এবার দেখি তো চার কোনার চারটি সংখ্যার যোগফল কত হয়? আরে, এ-ও তো দেখছি সেই ১০০!

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

= ১০০

৩০ + ২৮ + ২২ + ২০ = ১০০!

এ যে ১০০-এর খেলা শুরু হয়ে গেছে! আচ্ছা, দেখি তো ম্যাজিক স্কয়ারের চার পাশের সীমানার সারি ও স্তম্ভ চারটি বাদ দিলে কী হয়? এখন এটা একটা ৫ × ৫ ম্যাজিক স্কয়ারে পরিণত হলো। এবার এর চার কোনার চারটি সংখ্যা যোগ করে দেখি তো কত হয়? আরে, একি, সেই ১০০!

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

= ১০০

৪৭ + ২৭ + ২৩ + ৩ = ১০০!

এবার দেখা যাক এই ৫ × ৫ ম্যাজিক স্কয়ারের প্রতিসাম্য অবস্থানে লেখা সংখ্যাগুলোর যোগফল ১০০ হয় কি না? প্রথমে মাঝখানের সারিটি বাদ দিলাম। এবার ওপর থেকে দ্বিতীয় ও চতুর্থ সারির প্রান্তিক চারটি সংখ্যার যোগফল বের করি। এবারও ১০০!

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

= ১০০

৬ + ১৫ + ৩৫ + ৪৪ = ১০০!

আচ্ছা, দেখি তো কলামের সংখ্যাগুলোর অবস্থা কী? প্রথমে ৫ × ৫ ম্যাজিক স্কয়ারের মাঝখানের স্তম্ভটি বাদ দিই। এখন বাঁ দিক থেকে দ্বিতীয় ও চতুর্থ কলামের প্রান্তিক সংখ্যাগুলো যোগ করি। এবারও সেই ১০০!

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

= ১০০

৭ + ১৮ + ৩২ + ৪৩ = ১০০!

সবাই অবাক! আরে, তাই তো। এত বিরাট ও জটিল গণিতের সমাধান কীভাবে সম্ভব?

৭ × ৭ জাদুর ছকটি পূরণ করতে আপনাকে খুব বড় গণিতবিদ হওয়ার প্রয়োজন নেই। শুধু একটি সহজ নিয়ম অনুসরণ করে অনায়াসে ছকটি পূরণ করা যায়। যে কেউ পারবে। কীভাবে? সে বিষয়ে পরের অধ্যায়ে আসছি।

কিন্তু এতক্ষণ আপনি অনায়াসভঙ্গিতে ছকটি পূরণ করতে পেরেছেন, সেটাই বড় সাফল্য। কিছুক্ষণ পর পর মিলিয়ে দেখুন, কোথাও কোনো ঘরে ভুল সংখ্যা বসিয়েছেন কি না। সে রকম ভুল হলে এমনভাবে তা সংশোধন করুন যেন আপনার মস্তিষ্কের রাডারে ওই ভুল ধরা পড়েছে। মাথায় একটা টোকা দিয়ে বলতে পারেন, 'ব্রেইনে শর্টসার্কিট নাকি? ভুল হয় কেন?' এতে সমস্যা নেই, বরং জাদুর মধ্যে কৌতুক যুক্ত হবে। মাঝেমধ্যে হাস্যরস না করলে আপনি এত দর্শককে সম্মোহিত করতে পারবেন না।

কীভাবে লিখবেন

সবার টাস্কা লেগে যাওয়ারই কথা। কারণ, আপনি এলোমেলোভাবে সংখ্যাগুলো লিখেছেন। এর মধ্যে কোনো নিয়ম বা মুখস্থ বিদ্যা আছে কি না, তা বোঝার উপায় নেই। একটি ঘরে ৪৯ লিখে বললেন, প্রথমে শেষ সংখ্যার জায়গাটি নির্দিষ্ট করে দিলাম। এর পর বললেন, তাহলে প্রথম সংখ্যাটি কোথায় বসাব? একটু যেন চিন্তা করে বললেন, ঠিক আছে, প্রথম অঙ্কটা একটু দূরেই রাখি। এই বলে, সেই কলামের একেবারে ওপরের ঘরে লিখলেন ১। এবার হেঁয়ালি করে বললেন, এই দুই রাশি যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করে পেলাম ২৫, সংখ্যাটি লিখলাম কলামের ঠিক মাঝখানের ঘরে। সবাই রুদ্ধশ্বাসে চেয়ে আছে, আপনি কীভাবে কী করেন তা দেখার জন্য। এর পর আপনি এলোমেলোভাবে বিভিন্ন ঘরে বাকি সংখ্যাগুলো লিখে দিন।

সবাই বিপুল করতালি দিয়ে আপনাকে সম্মানিত করবেন। তাঁরা বলতে শুরু করবেন, আমাকে একটু শিখিয়ে দিন না, কীভাবে করলেন?

আপনি রহস্য করে বলবেন, শেখাব, শেখাব। খুব সোজা। কিন্তু আমার পুরস্কার?

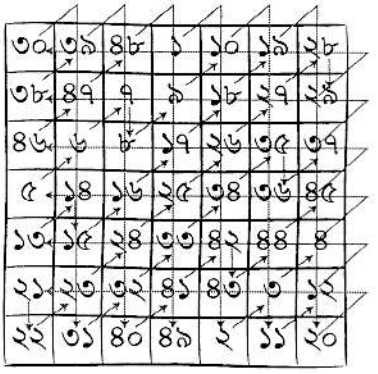
সবাই হয়তো সমস্বরে চেঁচিয়ে উঠবেন, আপনাকে আমরা সেরা বাঙালি গণিত-জাদুশিল্পী উপাধিতে ভূষিত করলাম। এই আপনার পুরস্কার!

এবার আপনি সত্যিই গর্বিত বোধ করতে পারেন। আপনি গণিতের জাদুটি সফলভাবে দেখাতে পেরেছেন।

কীভাবে ঘরগুলো পূরণ করবেন

জাদু দেখানোর সময় যদিও আপনি শুরু করেছেন ৪৯ দিয়ে, আসলে কিন্তু হিসাবটা অন্য রকম। আপনি শুধু আপনার চালাকিটা যেন কেউ ধরতে না পারে সে জন্য ওই কৌশল নিয়েছেন। আর তা ছাড়া জাদু দেখাতে একটু রস দিয়ে, কথা দিয়ে, মজা করে উপস্থাপন তো করতেই হবে। এখন দেখুন, কীভাবে সংখ্যাগুলো বিভিন্ন ঘরে বসাবেন।

প্রথমে মাঝখানের স্তম্ভের সবচেয়ে ওপরের ঘরে থাকবে ১। এর পর ২, ৩, ৪ ... কোথায় লিখবেন? এগুলো লেখার নিয়ম হলো, যে ঘরে একটি সংখ্যা (অঙ্ক) লিখবেন, তার পরবর্তী অঙ্কটি লিখতে হবে ওই ঘরের ডান দিকের কোনাকুনি ওপরের ঘরে। কিন্তু যদি কোনাকুনি যেতে হলে ম্যাজিক স্কয়ারের বাইরে চলে যেতে হয়, যেখানে আসলে কোনো ঘর নেই, তাহলে কোনাকুনি না গিয়ে পাশের স্তম্ভের সবচেয়ে নিচের ফাঁকা ঘরটিতে পরবর্তী সংখ্যাটি লিখতে হবে। যেমন, বাঁ থেকে চতুর্থ কলামের একেবারে ওপরের ঘরে ১ লেখার পর ২ চলে গেছে পঞ্চম কলামের একেবারে নিচের ঘরে, যেহেতু ১-এর ঘরটি শেষ সীমায়। এরপর কোনাকুনি ঘরগুলোতে ৩ ও ৪ বসবে, কিন্তু ৫ লেখার জন্য কোনাকুনি ঘর না থাকায় সেটা লিখতে হবে এর ঠিক ওপরের সারির একদম বাঁ পাশের ঘরটিতে। সেখান থেকে আবার কোনাকুনি ৬ ও ৭ লেখার পর, কোনাকুনি আর কোনো ফাঁকা ঘর নেই, আগেই সেখানে ১ লেখা হয়েছে, তাই সে ক্ষেত্রে নিয়ম হলো, কোনাকুনি না গিয়ে নিচের সারির বরাবর ঘরে লিখতে হবে পরবর্তী অঙ্ক ৮। এরপর আবার একই নিয়ম অনুসরণ করে লিখে যেতে হবে।



খুব সোজা, তাই না?

এই নিয়মটি ৩ × ৩, ৫ × ৫ প্রভৃতি বিজোড়সংখ্যক ঘরের ম্যাজিক স্কয়ারের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

চালাকি করতে ভুলবেন না

মনে রাখতে হবে যে জাদু দেখানোর সময় পর পর সংখ্যাগুলো না লিখে একটু ওলট-পালট করে লিখতে হবে, যেন কেউ বুঝতে না পারে যে এত সহজে ঘরগুলো পূরণ করা সম্ভব। যেমন, আপনি তো জানেন, শেষ ও প্রথম সংখ্যা দুটি কোন ঘরে থাকবে। তাই প্রথমে ৪৯, তারপর ১ লিখলেন, তারপর মনে মনে হিসাব করে ঘর মিলিয়ে ৪ লিখে ২-এর ঘরে চলে গেলেন।

কোথাও জাদু দেখানোর আগে কয়েকবার অনুশীলন করে নিন। বড় কাগজে মার্কার দিয়ে চটপট ম্যাজিক স্কয়ার এঁকে ফেলুন। তারপর বারবার অনুশীলন করুন কীভাবে অন্যদের বুঝতে না দিয়ে ম্যাজিক স্কায়ারের ঘরগুলো পূরণ করবেন। যখন আপনি যথেষ্ট আত্মবিশ্বাস পাবেন, তখনই কেবল জাদু দেখানো শুরু করুন।

আরও মজার জাদু

এ ধরনের জাদুর ছক আরও আকর্ষণীয় করার জন্য আপনি যেকোনো সংখ্যা দিয়ে শুরু করতে পারেন।

সেদিন স্নাতক শ্রেণীতে গণিতের ক্লাস হবে না, আপনারা কয়েকজন বন্ধু সুরেশদার ক্যানটিনে বসে আড্ডা দিচ্ছেন। সায়েন্স অ্যানেক্স ভবনটা বেশ নিরিবিলি। আপনি বলে উঠলেন, এই যে, ধর তো একটা সংখ্যা।

—কেন সংখ্যা ধরতে যাব, আর কী ধরনের সংখ্যাই বা ধরব?

—এই মনে কর ১ থেকে ১০০-এর মধ্যে যেকোনো একটা সংখ্যা। ইচ্ছে করলে আরও বড় সংখ্যাও বলতে পারিস, দরকার নেই, মাথা খারাপ হয়ে যাবে!

—মানে?

—মানে আর কিছু না, একটা মজার ম্যাজিক দেখাব।

—ও, এই কথা! বেশ ধরলাম, ৮৭। এখন কী?

এর পর আপনি খাতা খুলে একটা সাদা পৃষ্ঠায় ৫ × ৫ জাদুর ছক এঁকে মাঝখানের স্তম্ভের একদম ওপরের ঘরে লিখলেন ৮৭।

এবার রহস্য করে বলুন, কী, ৮৭ ঠিক তো? দেখ, তোর সংখ্যাটা সবচেয়ে ওপরে স্থান দিলাম। এখন দেখ, পরের সংখ্যাটা কোথায় বসাই।

বিজোড়সংখ্যক জাদুর ছক পূরণের নিয়মটি আগেই ব্যাখ্যা করা হয়েছে (৭ × ৭ জাদুর ছক দেখুন)। বর্ণিত নিয়মে আপনি চলে গেলেন ডান পাশের স্তম্ভের সবচেয়ে নিচের ঘরে, সেখানে লিখলেন ৮৮। এর পর সেই নিয়ম অনুযায়ী খসখস করে লিখে গেলেন ৮৯, ৯০... ইত্যাদি। ম্যাজিকের মাহাত্ম্য প্রদর্শনের জন্য আপনি পর পর সংখ্যা একটানা না লিখে মাঝেমধ্যে

একটু হিসাব করে উল্টাপাল্টা করে লিখলেন। সতর্ক থাকবেন যেন হিসাবে ভুল না হয়। শেষ সংখ্যাটি কত হবে তা মনে মনে হিসাব করে নিতে পারেন; কারণ, প্রথম সংখ্যাটি যেহেতু ঘোষিত, ৮৭, আর ৫ × ৫ ছকে মোট ঘরের সংখ্যা ২৫, তাই শেষ সংখ্যাটি হবে ৮৭ + ২৫ - ১ = ১১১। সংখ্যাটি আপনি অনায়াসে কোনো চিন্তা না করেই ৮৮-এর বাঁ পাশের ঘরে লিখে ফেলতে পারেন। বলতে পারেন, এই দেখ, প্রথম, দ্বিতীয় আর শেষ সংখ্যা লিখে জাদুর বন্ধন এঁটে দিলাম।

জাদুর চমক

তুকতাক করে আপনি পুরো জাদুর ছকটি পূরণ করে বললেন, দেখ তো সারিগুলো, স্তম্ভগুলা, কর্ণগুলোর ঘরের সংখ্যাগুলো যোগ করলে সব একই হয় কি না? সব ৪৯৫, তাই না? এই সংখ্যাটিকে আমরা মনে রাখব; কারণ, বারবার সংখ্যাটি আমাদের জাদুর চমক হিসেবে আসবে।

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১	= ৪৯৫
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২	= ৪৯৫
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮	= ৪৯৫
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯	= ৪৯৫
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫	= ৪৯৫

প্রথম সারি	১০৩	+	১১০	+	৮৭	+	৯৪	+	১০১	=	৪৯৫
দ্বিতীয় সারি	১০৯	+	৯১	+	৯৩	+	১০০	+	১০২	=	৪৯৫
তৃতীয় সারি	৯০	+	৯২	+	৯৯	+	১০৬	+	১০৮	=	৪৯৫
চতুর্থ সারি	৯৬	+	৯৮	+	১০৫	+	১০৭	+	৮৯	=	৪৯৫
পঞ্চম সারি	৯৭	+	১০৪	+	১১১	+	৮৮	+	৯৫	=	৪৯৫

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫
৪৯৫	৪৯৫	৪৯৫	৪৯৫	৪৯৫

প্রথম স্তম্ভ	১০৩	+	১০৯	+	৯০	+	৯৬	+	৯৭	=	৪৯৫
দ্বিতীয় স্তম্ভ	১১০	+	৯১	+	৯২	+	৯৮	+	১০৪	=	৪৯৫
তৃতীয় স্তম্ভ	৮৭	+	৯৩	+	৯৯	+	১০৫	+	১১১	=	৪৯৫
চতুর্থ স্তম্ভ	৯৪	+	১০০	+	১০৬	+	১০৭	+	৮৮	=	৪৯৫
পঞ্চম স্তম্ভ	১০১	+	১০২	+	১০৮	+	৮৯	+	৯৫	=	৪৯৫

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫
= ৪৯৫				= ৪৯৫

কর্ণ	১০৩	+	৯১	+	৯৯	+	১০৭	+	৯৫	=	৪৯৫
কর্ণ	৯৭	+	৯৮	+	৯৯	+	১০০	+	১০১	=	৪৯৫!

এবার আপনি দিগ্বিজয়ের ভঙ্গিতে বলুন, আরও আছে। প্রতিসাম্য অবস্থানের সংখ্যাগুলো যোগ করে দেখ তো সবই অভিন্ন কি না? হ্যাঁ, সব যোগফলই ৩৯৬। এ সংখ্যাও যেন ধন্বন্তরি সংখ্যা। বারবার যোগফলে সংখ্যাটা পাওয়া যাবে।

চার কোনার ঘর।

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫

= ৩৯৬

১০৩ + ১০১ + ৯৭ + ৯৫ = ৩৯৬

দ্বিতীয় ও চতুর্থ সারির দুই প্রান্তের প্রতিসাম্য অবস্থান।

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১	
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২	
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮	= ৩৯৬
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯	
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫	

১০৯ + ৯৬ + ১০২ + ৮৯ = ৩৯৬

উপরিউক্ত দুই সারির দ্বিতীয় ও চতুর্থ প্রতিসাম্য অবস্থান।

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫

= ৩৯৬

৯১ + ৯৮ + ১০০ + ১০৭ = ৩৯৬

দ্বিতীয় ও চতুর্থ স্তম্ভের প্রান্তিক চারটি প্রতিসাম্য অবস্থান।

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫

= ৩৯৬

১১০ + ৯৪ + ১০৪ + ৮৮ = ৩৯৬

উপরিউক্ত দুই স্তম্ভের দ্বিতীয় ও চতুর্থ প্রতিসাম্য অবস্থান।

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫

= ৩৯৬

৯১ + ১০০ + ৯৮ + ১০৭ = ৩৯৬

মাঝখানের ৩ × ৩ খর্বিত ছকের চার কোনার ঘর।

১০৩	১১০	৮৭	৯৪	১০১
১০৯	৯১	৯৩	১০০	১০২
৯০	৯২	৯৯	১০৬	১০৮
৯৬	৯৮	১০৫	১০৭	৮৯
৯৭	১০৪	১১১	৮৮	৯৫

= ৩৯৬

৯১ + ১০০ + ৯৮ + ১০৭ = ৩৯৬!

বিকল্প পদ্ধতি

ধরুন, আপনি একটি ৩ × ৩ জাদুর ছকের মোট নয়টি ঘর পূরণ করতে চান। আগের নিয়মের মতোই প্রথমে মাঝখানের কলামের সবচেয়ে ওপরের ঘরে ১ লিখে শুরু করুন।

	১	

এবার সেই সারির পরের ঘর থেকে শুরু করে বাঁ থেকে ডানে সাতটি ঘর গুনে সপ্তম ঘরে লিখুন পরবর্তী অঙ্ক ২।

ঘর গুনতে হবে মনে মনে। ভুলেও আঙুল দিয়ে ছকের ঘরগুলো নির্দেশ করবেন না। এতে দর্শকদের কাছে ধরা পড়ে যেতে পারেন। কেউ হয়তো চ্যালেঞ্জ দিয়ে বসতে পারে। বলতে পারে, আমিও এই জাদু দেখাতে পারি! এই অস্বস্তিকর অবস্থায় না পড়তে চাইলে দক্ষতা ও দ্রুততার সঙ্গে ছক পূরণ করুন।

	১	
		২

এই ধারাবাহিক ঘর গোনার সময় ডান পাশের শেষ ঘরে পৌঁছে গেলে এর ঠিক নিচের সারির বাঁ পাশের প্রথম ঘর থেকে গণনা চালিয়ে যেতে হবে। আপনি ২ লেখার জন্য পেয়েছেন একেবারে নিচের সারির ডান পাশের শেষ ঘরটি। এরপর ডান পাশে ও নিচে আর কোনো ঘর না থাকায় চলে যান প্রথম সারির বাঁ পাশের প্রথম ঘরটিতে। এখান থেকে চারটি ঘর গুনে চতুর্থ ঘরে লিখুন পরবর্তী অঙ্ক ৩।

ঘর গোনার মধ্যে তেমন কোনো জটিলতা নেই। বাঁ থেকে ডানে গুনে যেতে হবে। শুধু লক্ষ রাখতে হবে যেন কোনো ঘর গণনায় বাদ না পড়ে। হেসে-খেলে আস্থার সঙ্গে ছক পূরণ করুন।

	১	
৩		
		২

এর পরের ঘর থেকে একই নিয়মে তিন ঘর গণনা করে লিখুন পরবর্তী অঙ্ক ৪।

	১	
৩		
৪		২

এখন আবার সাত ঘর গণনা করে লিখুন পরবর্তী অঙ্ক ৫।

	১	
৩	৫	
৪		২

এখন আপনি আর ঘর গণনা না করেও অবশিষ্ট অঙ্কগুলো বের করতে পারেন। এই ছকে যেহেতু অভিন্ন যোগফল ১৫, তাই ১৫ থেকে বিয়োগ করতে হবে কোনো একটি সারি, স্তম্ভ বা কর্ণ বরাবর দুটি ঘরের অঙ্কগুলোর সমষ্টি। এই বিয়োগফল দিয়ে ফাঁকা ঘরগুলো পূরণ করুন। এর পরও ঘর গণনার নিয়মটি অনুসরণ করা যেতে পারে। দেখুন কীভাবে তা করবেন।

পরবর্তী অঙ্ক ৬ লেখার জন্য আবারও গণনা করুন সাতটি ঘর।

	১	৬
৩	৫	
৪		২

এর পর তিনটি ঘর গুনে লিখুন ৭।

	১	৬
৩	৫	৭
৪		২

আপনি যে কীভাবে ঘরগুলো পূরণ করছেন, তা অন্যদের বোঝা কঠিন। কারণ, এর কোনো ছন্দ সাদা চোখে ধরা পড়ার নয়। বাইরে থেকে মনে হবে সব এলোমেলো। যেন আপনি খামখেয়ালিভাবে এক-এক ঘরে এক-একটা অঙ্ক বসিয়ে দিচ্ছেন। কিন্তু আপনি তো জানেন যে এর পেছনে রয়েছে একটি বিজ্ঞানসম্মত নিয়ম। এখন বাকি মাত্র দুটি ঘর।

এবার চারটি ঘর গুনে লিখুন ৮।

৮	১	৬
৩	৫	৭
৪		২

এর পর একটাই মাত্র ঘর খালি, সেখানে কোনো চিন্তা না করেই লিখে দিন ৯। আসলে ৮ লেখা ঘরের পরবর্তী সাতটি ঘর গুনলে আপনি এ ঘরেই পৌঁছাবেন।

৮	১	৬	
৩	৫	৭	= ১৫
৪	৯	২	

হিসাবটা খুব গোলমেলে লাগছে কি? না, খুব সোজা হিসাব। লক্ষ করলে দেখবেন, একের পর এক ঘর গণনার একটি বিশেষ ছন্দ আছে। তা হলো, ৭—৪—৩—৭—৭—৩—৪—৭। মনে রাখার ভালো উপায় হলো, ৭

দিয়ে শুরু করে পরের দুটি অঙ্ক ৪ ও ৩। এ দুটি অঙ্কের যোগফল ৭ (৪ + ৩ = ৭), তাই এর পর আবার সাত ঘর যেতে হবে। এর পরের ধারাটি আসলে পূর্ববর্তী ধারারই প্রতিসাম্য অবস্থানের চিত্র (মিরর ইমেজ): ৭—৩—৪—৭!

এই পদ্ধতি ব্যবহার করে আপনি যেকোনো সংখ্যা দিয়ে শুরু করে ৩ × ৩ জাদুর ছকের মোট নয়টি ঘর পূরণ করে সবাইকে তাক লাগিয়ে দিতে পারেন।

বিপরীত পদ্ধতি

এই ছকের প্রথম সংখ্যাটি আপনি মাঝখানের স্তম্ভের একেবারে ওপরের ঘরে না লিখে একদম নিচের ঘরে লিখেও শুরু করতে পারেন। একই নিয়ম অনুসরণ করতে হবে, তবে বিপরীত প্রক্রিয়ায়। সে ক্ষেত্রে ছকটি দাঁড়াবে এরকম :

২	৯	৪
৭	৫	৩
৬	১	৮

= ১৫

এই ছকটি তৈরি করতে ওপরে বর্ণিত দুটি পদ্ধতিই ব্যবহার করা যাবে। যেমন, ৭—৪—৩—৭—৭—৩—৪—৭ ক্রম অনুসরণ করা যায়, তবে ঘরগুলো গুনতে হবে ঠিক বিপরীত প্রক্রিয়ায়। আবার এর আগে বর্ণিত কোনাকুনি ঘরে লেখার পদ্ধতি ব্যবহার করেও ছকটি তৈরি করা যায়, সেখানেও সংখ্যাগুলো লিখতে বিপরীত প্রক্রিয়া ব্যবহার করতে হবে।

অবিশ্বাস্য

আলোচ্য ৩×৩ জাদুর ছকের প্রতিটি সারি ও স্তম্ভকে একটি করে সংখ্যা হিসেবে ধরা যাক। এবার একজন বন্ধুকে প্রতিটি সারির সংখ্যার বর্গ যোগ করতে বলুন। আবার প্রতিটি সারিকে উল্টো দিক থেকে (ডান দিক থেকে বাঁয়ে) সংখ্যা হিসেবে বিবেচনা করে প্রতিটি উল্টো রাশির বর্গের যোগফল বের করতে বলুন। অবাক ব্যাপার হলো, সোজা বা উল্টো দুদিক থেকেই যোগফল একই হবে। যেমন, ছক অনুযায়ী :

$$(২৯৪)^২ + (৭৫৩)^২ + (৬১৮)^২ = ১০,৩৫,৩৬৯$$
$$= (৪৯২)^২ + (৩৫৭)^২ + (৮১৬)^২$$

অনুরূপভাবে স্তম্ভগুলোর সংখ্যার বর্গের যোগফলও একই সমান :

$$(২৭৬)^২ + (৯৫১)^২ + (৪৩৮)^২ = ১১,৭২,৪২১$$
$$= (৬৭২)^২ + (১৫৯)^২ + (৮৩৪)^২ \text{ !}$$

এই পিলে চমকানো বৈশিষ্ট্যটি আর্থার বেঞ্জামিন ও মাইকেল শারমার তাঁদের *সিক্রেটস অব মেন্টাল ম্যাথ* বইয়ে বর্ণনা করেছেন। এ সম্পর্কে বিস্তৃত জানা যাবে বেঞ্জামিন, আর্থার টি ও কান ইয়াসুডার লেখা নিবন্ধ ম্যাজিক 'স্কয়ারস' ইনডিড থেকে *(দি আমেরিকান ম্যাথমেটিক্যাল মান্থলি* ১০৬, ২ নং, ফেব্রুয়ারি ১৯৯৯ : ১৫২-৫৬) ।

ওই নিবন্ধটি পড়ার সুযোগ আমার হয়নি। তবে আমি একটি সাধারণ ব্যাখ্যা দিতে পারি। $(২৯৪)^২ + (৭৫৩)^২ + (৬১৮)^২ = (৪৯২)^২ + (৩৫৭)^২ + (৮১৬)^২$ হতে হলে $(২৯৪)^২ - (৪৯২)^২ + (৭৫৩)^২ - (৩৫৭)^২ + (৬১৮)^২ - (৮১৬)^২ = ০$ হতে হবে।

এখন বাম অংশ = (২৯৪+৪৯২)(২৯৪-৪৯২) + (৭৫৩+৩৫৭)(৭৫৩-৩৫৭) + (৬১৮+৮১৬)(৬১৮-৮১৬) [যেহেতু ক^{২} - খ^{২}=(ক+খ)(ক-খ)]

= (৭৮৬)(-২×৯৯) + (১১১০)(৪×৯৯) + (১৪৩৪)(-২×৯৯)

= (-২×৯৯)(২২২০) + (১১১০)(৪×৯৯)

= (-৪×৯৯)(১১১০) + (৪×৯৯)(১১১০)

= ০, প্রমাণিত।

কয়েকটি শর্তের কারণে এটা হয়। আমরা জানি তিন অঙ্কের যেকোনো সংখ্যাকে উল্টা করে লিখে বিয়োগ করলে সব সময় প্রথম ও শেষ অঙ্কের বিয়োগ ফলের ৯৯ গুণ একটি সংখ্যা পাওয়া যায় (দেখুন পৃ. ১৬৯)। অন্যদিকে, ৩ × ৩ জাদুর ছকের দুটি বৈশিষ্ট্য রয়েছে। এই ছকটি দুভাবে পূরণ করা যায় (পৃ. ৭১ ও পৃ. ৭২)। দুটি ক্ষেত্রেই প্রথম ও তৃতীয় সারির প্রান্তীয় অঙ্ক দুটির পার্থক্য ২ কিন্তু মাঝের সারির ক্ষেত্রে এই পার্থক্য ৪ এবং দ্বিতীয় স্তম্ভের ওপরের ও নিচের অঙ্ক দুটির সমষ্টি মাঝের অঙ্কের দ্বিগুণ। ফলে সোজা ও উল্টা সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি সমান হয়েছে।

৩ × ৩ ম্যাজিক স্কয়ারে প্রতিটি সারি ও স্তম্ভের অঙ্কগুলোর যোগফল অভিন্ন একটি সংখ্যা, ১৫। তাই এ ক্ষেত্রে সোজা ও উল্টা সংখ্যাগুলোর বিয়োগফলের সমষ্টি শূন্য হয়ে যায়। যেমন, আলোচ্য ছকে (পৃ. ৭২) হিসাবটা দাঁড়াবে—

৯৯ × (২ - ৪) + ৯৯ (৭ - ৩) + ৯৯ (৬ - ৮)

= ৯৯ (২ + ৭ + ৬) - ৯৯ (৪ + ৩ + ৮)

= ৯৯ × ১৫ - ৯৯ × ১৫ = ০

গণিতের চমকপ্রদ সমস্যার সমাধান করার চেষ্টা মস্তিষ্কের উৎকর্ষ সাধনে সাহায্য করে। ড. কাজী মোতাহার হোসেন একদিন একটি জটিল সমস্যার সমাধানের জন্য সত্যেন্দ্রনাথ বোসের কাছে গিয়ে বললেন, দুই দিন ধরে একটা অঙ্ক মেলাতে পারছিনে। সমস্যাটি দেখেই সত্যেন বোস বললেন, 'হ্যাঁ, এটা তো ম্যাক্সওয়েল করেছেন, মিউচুয়াল ইনডাকশনের অঙ্ক।' এই বলে অঙ্ক কষতে আরম্ভ করলেন, কিন্তু কিছুতেই মেলে না। সকাল গেল, দুপুর গেল, বিকেল গেল, অঙ্ক হয় না। মাঝরাতে সত্যেন বোস গণিতের কাগজপত্রসহ কাজী মোতাহার হোসেনকে নিয়ে গেলেন তাঁর বাসায়। এরপর সমাধান মিলল। সত্যেন বোস বললেন, 'দেখ কাজী, কোন সমস্যার সমাধানের জন্য বারংবার চেষ্টা করবে, ধৈর্য হারায়ো না। অনেক সময় অকস্মাৎ একটা সমাধান সংকেত মনে পড়ে যায়; তখন সমাধানটা সহজ হয়।' (দেখুন : স্মৃতিময় ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়, ফেব্রুয়ারি, ২০০৬, পৃষ্ঠা ২)।

অবাক জাদুর ছক

রেমন্ড ব্রামসহ চারজন গণিতবিদের লেখা থেকে সম্পাদিত *ক্ল্যাসিক ম্যাথম্যাজিক* বইয়ে একটি চমকপ্রদ জাদুর ছকের বর্ণনা রয়েছে। আপনি যদি বন্ধুবান্ধবকে একেবারে বাকরুদ্ধ করে দিতে চান, তাহলে এই জাদুর ছকটা শিখুন। নিমেষেই কৌশল আয়ত্ত করে ফেলতে পারবেন।

কার্জন হলের সামনের বাগানে ক্লাসের ছেলেমেয়েরা বসে আড্ডা দিচ্ছে। আপনি একটা সমীকরণের সমাধান বের করার জন্য বন্ধুদের বললেন।

বন্ধুরা প্রথমে নিতান্ত অনিচ্ছার সুরে হয়তো বলবে, তুই আবার মাস্টারি শুরু করলি কবে থেকে?

—না, এই আর কি, তোদের বিদ্যার দৌড় পরীক্ষা করছি।

—বল, তাহলে কী করতে হবে?

—আচ্ছা, চট করে বল দেখি : (ক × ৪) + ৩৪ = ?

—এটার সমাধান তো অনেকগুলোই হবে; কারণ, সমীকরণ একটি কিন্তু অজানা রাশি দুটি! এটা কোনো সমীকরণ হলো? যদি ক = ১ হয় তাহলে সমীকরণের মান হবে ৩৮, ২ হলে ৪২, ৩ হলে ৪৬ ... আর কত উত্তর চাস?

—না না, আমি বলছিলাম কি, তুই ক-এর মান হিসেবে একটা বড় সংখ্যা ধর।

—ঠিক আছে ধরলাম, ২০।

—এবার তুই চট করে হিসাব করে সমীকরণের সমাধান বের কর।

বন্ধুর হাতে আপনি কাগজ-কলম তুলে দিলেন। তিনি হিসাব করতে শুরু করেছেন।

ইতিমধ্যে অন্যদের বুঝতে না দিয়ে আপনিও একটি ৪ × ৪ জাদুর ছক

পূরণ করতে শুরু করে দিয়েছেন। আপনার বন্ধু ২০ সংখ্যাটা বলার সঙ্গে সঙ্গেই আপনার জাদুর হিসাব শুরু হয়ে গেছে। প্রথমে ২০-এর সঙ্গে ১ যোগ করে ছকের একদম নিচের সারির বাঁ দিকের কোনার ঘরে লিখলেন ২১। এর পর একেবারে আক্ষরিক অর্থেই চোখ বন্ধ করে প্রথম স্তম্ভের নিচ থেকে ওপরের দিকে এক এক করে বাড়িয়ে ২২, ২৩, ২৪ লিখলেন।

এখন স্তম্ভের শীর্ষে পৌঁছে গেছেন। চলে যান পাশের স্তম্ভের নিচের ঘরে, লিখতে থাকুন ২৫, ২৬, ২৭... এভাবে একেবারে ডান পাশের স্তম্ভের সবচেয়ে ওপরের ঘরে লিখুন ৩৬, যেটা আপনার এই হিসাবের ১৬তম সংখ্যা।

২৪	২৮	৩২	৩৬
২৩	২৭	৩১	৩৫
২২	২৬	৩০	৩৪
২১	২৫	২৯	৩৩

আপনার লেখা শেষ হওয়ার প্রায় সঙ্গে সঙ্গেই হয়তো আপনার বন্ধুও সমীকরণের সমাধান বের করে ফেলেছেন। তিনি বললেন, এই নে উত্তর।

—কত?

—১১৪

বিস্ময়সংখ্যা

এবার আপনি যেন একটি গুরুত্বপূর্ণ ঘোষণা দিতে যাচ্ছেন। হাত তুলে বললেন, সবাই চুপ, পিনপতন নীরবতা।

একটা রহস্যময় পরিবেশ সৃষ্টি করে বলুন, এই ১১৪ হলো আমাদের বিস্ময়সংখ্যা! সংখ্যাটা কেন বিস্ময়কর, সেটা এখনই তোরা জানতে পারবি!

আপনি জাদুর ছকটি এগিয়ে দিয়ে বললেন, এই ছকের চার কোনার সংখ্যাগুলো যোগ করে দেখ তো কত? বিস্ময়সংখ্যা ১১৪ হয়েছে তো?

২৪	২৮	৩২	৩৬
২৩	২৭	৩১	৩৫
২২	২৬	৩০	৩৪
২১	২৫	২৯	৩৩

= ১১৪

২৪ + ৩৬ + ২১ + ৩৩ = ১১৪

এবার দুই কর্ণ বরাবর সংখ্যাগুলোর যোগফল দেখ তো? এগুলোও ১১৪, ঠিক কি না?

২৪	২৮	৩২	৩৬
২৩	২৭	৩১	৩৫
২২	২৬	৩০	৩৪
২১	২৫	২৯	৩৩

= ১১৪ = ১১৪

২৪ + ২৭ +৩০ + ৩৩ = ১১৪

২১ + ২৬ + ৩১ + ৩৬ = ১১৪

আচ্ছা, মাঝখানের ছোট বর্গের চারটা খোপের সংখ্যাগুলো যোগ করে বল দেখি কত হয়? কী, ১১৪ হয়েছে তো?

২৪	২৮	৩২	৩৬
২৩	২৭	৩১	৩৫
২২	২৬	৩০	৩৪
২১	২৫	২৯	৩৩

= ১১৪

২৭ + ৩১ + ২৬ + ৩০ = ১১৪!

এখন রাজ্য জয়ের হাসি দিয়ে বলুন, এ ধরনের আরও অনেক দিকে রাশিমালার যোগফল সেই ১১৪ হবে, এতে সন্দেহ নেই।

আপনি অবশ্য জেনেশুনেই ভুল তথ্যটি দিলেন, আসলে এই জাদুর ছকে আর কোনো অভিন্ন যোগফল আছে কি না সন্দেহ।

এই জাদুর ছক তৈরি করা তুলনামূলক সহজ। তবে অভিন্ন যোগফল সব দিকে হয়তো পাওয়া যাবে না। এটা বুঝেই আপনাকে জাদুটি দেখাতে হবে। আবার এর সীমাবদ্ধতা দর্শকদের বুঝতে দেওয়া যাবে না। ওরা অবশ্য সম্মোহিত হবে অন্য কারণে। আপনি তো গতানুগতিক জাদু দেখাচ্ছেন না। আপনার ঝুলিতে রয়েছে আরও অবাক হওয়ার মতো জাদুর কৌশল, যেটা সাধারণ জাদুর ছকে পাওয়া যায় না। আপনি সেখানে দর্শকদের নিয়ে যাচ্ছেন। আপনি ঘোষণা দিয়ে বলুন, এবার শুরু হচ্ছে আসল জাদু!

আরও অবাক কাণ্ড

জাদু দেখাতে গেলে কথায় কিছু গোঁজামিল দিতে হয়। তাই আপনি দু-চারটা যোগফল মিলিয়ে ভাবটা এমন দেখিয়েছেন যেন সময় নষ্ট না করে আরও অবাক হওয়ার মতো জাদু দেখাতে চলেছেন।

আপনি এখন সবার মনোযোগ অন্যদিকে নিয়ে যান। বলুন, আচ্ছা যাক, বারবার একঘেয়ে যোগ করার দরকার কী? তার চেয়ে বরং, এই যে রিয়া, তুই আয়। তুই তো গণিতে পাকা, তুই একেবারে নিজের পছন্দমতো, এই ছকের যেকোনো একটি সংখ্যা গোল দাগ দিয়ে চিহ্নিত করে দে তো!

রিয়া মন্ত্রমুগ্ধ! তিনি এগিয়ে এসে ছকের ২৬ সংখ্যাটি গোল দাগ দিয়ে চিহ্নিত করলেন।

—এবার ২৬ বরাবর একটি সারি ও একটি স্তম্ভের অন্য সংখ্যাগুলো কেটে দে।

২৪	~~২৮~~	৩২	৩৬
২৩	~~২৭~~	৩১	৩৫
~~২২~~	২৬	~~৩০~~	~~৩৪~~
২১	~~২৫~~	২৯	৩৩

রিয়া ফিরে যাচ্ছিলেন, আপনি বললেন, আরে আরে দাঁড়া, আরও কাজ বাকি! তাঁকে তাঁর নিজের ইচ্ছেমতো আরেকটি সংখ্যায় গোল দাগ দিয়ে আগের মতোই সেই সারি ও স্তম্ভের সব সংখ্যা কাটা চিহ্ন দিয়ে বাদ দিতে বললেন।

রিয়া ভাবছেন, সব অর্থহীন কাজ। যাক, দেখি কী হয়, এরকম দ্বিধাদ্বন্দ্ব নিয়ে রিয়া এবার সেই একই ছকে ২৯ সংখ্যাটি চিহ্নিত করলেন এবং ওই স্তম্ভ ও সারির সংখ্যাগুলো কেটে দিলেন।

২৪	২৮	৩২	৩৬
২৩	২৭	৩১	৩৫
২২	২৬	৩০	৩৪
২১	২৫	২৯	৩৩

এর পর রিয়া চলে যেতে উদ্যত হতেই আপনি হাঁ-হাঁ করে চেঁচিয়ে উঠলেন, আরে ম্যাডাম, একটু সবুর করুন, আরেকটা ঘরে গোল্লা দিয়ে যান, প্লিজ!

রিয়ার ধৈর্যের বাঁধ ভেঙে গেছে, তা-ও অনুরোধ রাখতে শেষ স্তম্ভের ৩৫ সংখ্যাটি গোল্লা দিয়ে চিহ্নিত করে সেই স্তম্ভ ও সারির অবশিষ্ট সংখ্যাগুলোও কেটে দিলেন।

রিয়ার চোখেমুখে বিরক্তি। বললেন, জনাব, আর কিছু করতে হবে?

—আর কী-ই বা করার আছে? প্রায় সব ঘরই তো বাদ গেল, বাকি থাকল মাত্র একটা ঘর! ওটাই বা থাকবে কেন? দিন সেখানে একটা গোল্লা!

কী আর করা। রিয়া প্রথম স্তম্ভের সবচেয়ে ওপরের ঘরে সর্বশেষ অবশিষ্ট ২৪ সংখ্যাটি গোল দাগে চিহ্নিত করলেন।

রিয়া রাগে ফেটে পড়ছেন। আপনাকে উদ্দেশ করে বলে উঠলেন, আমাকে দিয়ে তো অনেক কাটাকুটি করালি, এবার, এবার কী? লাভ কী হলো?

২৪	২৮	৩২	৩৬
২৩	২৭	৩১	৩৫
২২	২৬	৩০	৩৪
২১	২৫	২৯	৩৩

এখন আপনার খেলার পালা। আপনি বেশ আত্মবিশ্বাস নিয়ে বললেন, রিয়া, তুই তো নিজের ইচ্ছেমতো সব ঘর চিহ্নিত করেছিস, তাই না?

—হ্যাঁ, করেছিই তো, সবার সামনেই তো যেখানে খুশি আমি দাগ দিয়েছি।

—আমি কি কোনোভাবে তোকে প্রভাবিত করেছি?

—না রে বাবা, না, কতবার বলতে হবে?

—তাহলে এবার তুই তোর নিজের গোল দাগ দিয়ে চিহ্নিত সংখ্যা চারটি যোগ করে দেখ তো কত হয়? কী, সেই বিস্ময়সংখ্যা ১১৪ কি না?

২৪	২৮	৩২	৩৬
২৩	২৭	৩১	৩৫
২২	২৬	৩০	৩৪
২১	২৫	২৯	৩৩

= ১১৪

২৪ + ৩৫ + ২৬ + ২৯ = ১১৪!

আপনি কৌতুক করে বলুন, ওরে বাবা, গণিতের জাদু আমি আর কী জানি, জানে তো রিয়া। এমন বুদ্ধি করে চারটা সংখ্যায় গোল দাগ দিয়ে গেল যে যোগ করলে আবার সেই বিস্ময়সংখ্যা ১১৪! একেবারে জাদু ছিনতাই!

সবাই হেসে কুটি কুটি।

রিয়া হতভম্ব! কারণ, কীভাবে এই যোগফল সেই বিস্ময়সংখ্যা হয়ে গেল তা মাথায় ঢুকছে না। আসলে সেটা তার বোঝার কথা নয়। রিয়া যেভাবেই সংখ্যাগুলো চিহ্নিত করুক না কেন, যোগফল সেই বিস্ময়সংখ্যাই হবে। এখানেই আসল চমক।

জাদুর এখানেই শেষ।

ব্যতিক্রমী বৈশিষ্ট্য

সাধারণ জাদুর ছকে শুধু বিভিন্ন দিকের অভিন্ন যোগফলই একমাত্র বৈশিষ্ট্য। কিন্তু এই ছকটির প্রধান ও সবচেয়ে আকর্ষণীয় বৈশিষ্ট্য হলো দর্শক বা আমন্ত্রিত ব্যক্তি তাঁর ইচ্ছেমতো চারটি ঘরের সংখ্যা ও সংশ্লিষ্ট সারি-স্তম্ভ বাদ দিলেও অবশিষ্ট চারটি ঘরের সংখ্যার যোগফল সেই বিস্ময়সংখ্যাই হবে। আপনি কাউকে ঘর চিহ্নিত করতে প্রভাবিত করছেন না, তার দরকারও নেই। কিন্তু প্রতিবারই একই ফল! এটা অপ্রত্যাশিত। তাই আপনার হাতে যে সাংঘাতিক শক্তিশালী কৌশল রয়েছে সে সম্পর্কে নিশ্চিত হয়েই এ জাদু দেখাতে পারেন।

দর্শকেরা সম্মোহিত হবেন। তাঁরা সবাই ছেঁকে ধরবেন আসল রহস্য জানার জন্য। আপনাকে নানা কৌশলে তা এড়িয়ে যেতে হবে। অবশ্য আপনি নিজেই জানবেন কীভাবে এই জাদু কাজ করে। পরের অধ্যায়ে তার বর্ণনা দিচ্ছি।

শুধু একটা কথা। এসব জাদু দেখানোর সময় কখনো এমন কিছু বলবেন না বা ভাবভঙ্গিতে এমন কিছু প্রকাশ করবেন না যেন আপনি কোনো অলৌকিক বিদ্যার অধিকারী। কারণ, এটা তো বিজ্ঞান। বিজ্ঞানে তুকতাকের কোনো স্থান নেই।

কীভাবে হিসাব মিলে যায়

গণিতের এই অসাধারণ জাদুর প্রথম অংশটি স্টিফেন টাকার আবিষ্কার করেন। পরের অংশটি মার্টিন গার্ডনারের সৃজনশীল বিকাশ মাত্র (দেখুন, *ম্যাথম্যাজিক*, ২০০২, মেইন স্ট্রিট, স্টার্লিং পাবলিশিং কো., নিউ ইয়র্ক)।

জটিল সমীকরণ

ধারণা করা যায় যে স্টিফেন টাকার গণিতের এই বিস্ময়কর কৌশলটি আবিষ্কারের জন্য উল্টো দিক থেকে হিসাব করে (ব্যাকওয়ার্ড ক্যালকুলেশন) ইঙ্গিত ফল বের করার পদ্ধতি অবলম্বন করেছেন। অনেক চেষ্টা-ভুল-আবার চেষ্টার (ট্রায়াল অ্যান্ড এরর) মধ্য দিয়ে একসময় সফল হয়েছেন। সম্ভবত প্রথমে তিনি ৪ × ৪ সরল ছকটি তৈরি করে বিভিন্ন সংখ্যা দিয়ে ছকগুলো পূরণ করে এর বৈশিষ্ট্যগুলো পরীক্ষা করে দেখেছেন। যেমন, চার কোনার সংখ্যাগুলোর যোগফল কত, সেটা কি কোনাকুনি দুই কর্ণ বরাবর ঘরগুলোতে বসানো সংখ্যাগুলোর যোগফলের সমান? মাঝখানের ছোট বর্গের চারটি সংখ্যার যোগফল কি একই?

এই চার শর্ত একসঙ্গে মেলানো কঠিন কাজ। এমন একরাশি সমীকরণ আবিষ্কার করতে হয়েছে যে, দর্শক যেকোনো সংখ্যাই বলুন না কেন, নির্ধারিত যোগফলগুলো অভিন্ন রাশি হবে। বারবার পরীক্ষা-নিরীক্ষার মধ্য দিয়ে এই সমীকরণগুলো নির্ধারণ ও তাদের সমাধান বের করতে হয়েছে।

জাদুর চমকপ্রদ অংশ

জাদুর দ্বিতীয় অংশটি বেশ বাহাদুরি দাবি করতে পারে। কারণ, এমন অদ্ভুতভাবে যে যোগফল মিলে যেতে পারে, তা ধারণাতীত। কিন্তু আসলে বিষয়টি পানির

মতো পরিষ্কার। কোনো তুকতাক নেই। নেই কোনো ছলচাতুরী।

এটা ভালোভাবে বোঝার জন্য আসুন আমরা আরেকটি জাদুর ছক নিই। ধরা যাক, আপনার বন্ধুপ্রদত্ত (ক × ৪) + ৩৪ = ? সমীকরণে ক-এর মান ধরলেন ৫। তাহলে, সমীকরণের সমাধান, (ক × ৪) + ৩৪ = (৫ × ৪) + ৩৪ = ৫৪। সংখ্যাটি আমাদের বিস্ময়সংখ্যা।

এখন আপনি (৫ + ১) = ৬ দিয়ে শুরু করে জাদুর ছকটি আগের নিয়মে পূরণ করুন।

৯	১৩	১৭	২১
৮	১২	১৬	২০
৭	১১	১৫	১৯
৬	১০	১৪	১৮

এখানে চার কোনার রাশি চারটি ও পূর্ববর্ণিত অন্যান্য রাশির যোগফল প্রতিটি ক্ষেত্রে ৫৪, যাকে আমরা বিস্ময়সংখ্যা বলছি।

৯	১৩	১৭	২১	
৮	১২	১৬	২০	= ৫৪
৭	১১	১৫	১৯	
৬	১০	১৪	১৮	

৯ + ২১ + ৬ + ১৮ = ৫৪

৯	১৩	১৭	২১
৮	১২	১৬	২০
৭	১১	১৫	১৯
৬	১০	১৪	১৮

= ৫৪

৯ + ১২ + ১৫ + ১৮ = ৫৪

৯	১৩	১৭	২১
৮	১২	১৬	২০
৭	১১	১৫	১৯
৬	১০	১৪	১৮

= ৫৪

৬ + ১১ + ১৬ + ২১ = ৫৪

লক্ষ করুন, ক-এর মান বদলানোর জন্য শুধু বিস্ময়সংখ্যাটি বদলে যাচ্ছে, ছক পূরণের কৌশল কিন্তু একই এবং একেবারে সরল। মাথা খাটানোর কিছু নেই। ক-এর মানের সঙ্গে শুধু ১ যোগ করে আপনি ছকের ঘরগুলো পূরণ করুন। এরপর চারদিকের যোগফল আপনাআপনি মিলে যাবে। সেটা আপনি জাদুকরি ছন্দে দেখাচ্ছেন। পরের পৃষ্ঠায় দেখুন মাঝখানের চারটি ঘরের যোগফলও ৫৪!

৯	১৩	১৭	২১
৮	১২	১৬	২০
৭	১১	১৫	১৯
৬	১০	১৪	১৮

= ৫৪

১২ + ১৬ + ১১ + ১৫ = ৫৪

বৃত্তবন্দী করার সম্ভাব্য বিকল্প

এখন আপনার বন্ধু যদি ছকের যেকোনো একটি ঘর হিসেবে প্রথম সারির তৃতীয় ঘরের ১৭ সংখ্যাটি বেছে নিয়ে ওই ঘর বৃত্তচিহ্নিত করেন, তাহলে ওই স্তম্ভ ও সারির সংখ্যাগুলো বাদ যাবে।

৯	১৩	১৭	২১
৮	১২	১৬	২০
৭	১১	১৫	১৯
৬	১০	১৪	১৮

প্রথম সংখ্যাটি চিহ্নিত করার পর বৃত্ত চিহ্নিত করার জন্য পরবর্তী সংখ্যা বেছে নেওয়ার ক্ষেত্রে তাঁর সামনে মোট ছয়টি বিকল্প থাকবে। এগুলো হলো যথাক্রমে,

৮, ১১ ও ১৮
অথবা ৮, ১০ ও ১৯
অথবা ৭, ১২ ও ১৮
অথবা ৭, ১০ ও ২০
অথবা ৬, ১২ ও ১৯
অথবা ৬, ১১ ও ২০

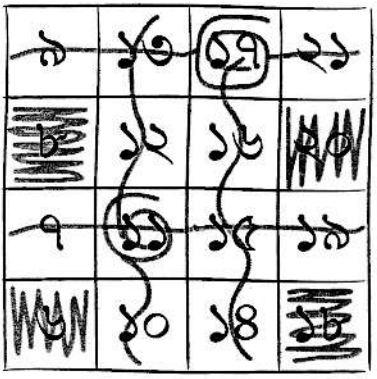
এই সব বিকল্প বের করা খুব সহজ। মনে রাখতে হবে, কোনো একটি সংখ্যা চিহ্নিত করলে ওই স্তম্ভ ও সারির সব অঙ্ক বাদ পড়ে যাবে এবং পরবর্তী সংখ্যা চিহ্নিত করতে হবে অবশিষ্ট খালি ঘরগুলো থেকে। এভাবে বিশ্লেষণ করলে সহজেই সম্ভাব্য বিকল্পগুলো বের করা যায়।

অভাবনীয় মিল

সম্ভাব্য ছয়টি বিকল্প সেটের প্রতিটিতে তিনটি করে সংখ্যা রয়েছে। এবার যদি মনোযোগ দিয়ে লক্ষ করি তাহলে দেখব, সম্ভাব্য ছয়টি বিকল্পের প্রতিটিতে যে তিনটি করে সংখ্যা রয়েছে, সেগুলো যোগ করলে ছয়টি ক্ষেত্রেই এক ও অভিন্ন যোগফল পাওয়া যাচ্ছে। এখানে যোগফল ৩৭। আর যেহেতু প্রথমে ১৭ সংখ্যাটি বেছে নিয়ে বৃত্ত চিহ্নিত করা হয়েছে, এর পর ছয়টি বিকল্পের যেটিই বেছে নেওয়া হোক না কেন, বৃত্তচিহ্নিত মোট চারটি সংখ্যার যোগফল অবধারিতভাবে ৩৭ + ১৭ = ৫৪ হবেই, এবং সেটাই আমাদের বিস্ময়সংখ্যা!

নিশ্চিত হওয়ার জন্য

আপনাআপনি যে বিস্ময়সংখ্যাটি নির্ধারিত হয়ে যাচ্ছে, সে সম্পর্কে আপনি নিশ্চিত হতে চান? বেশ, তাহলে ধরা যাক, আপনার বন্ধু বৃত্ত চিহ্নিত করার জন্য পরবর্তী সংখ্যা হিসেবে বেছে নিলেন তৃতীয় সারির ১১। তাহলে ওই দুটি সারি ও দুটি স্তম্ভের সংখ্যাগুলো বাদ দেওয়ার পর বিকল্প থাকবে মাত্র দুটি। হয় বেছে নিতে হবে ৮ ও ১৮, অথবা ৬ ও ২০। যে দুটি সংখ্যাই বেছে নেওয়া হোক না কেন, তাদের যোগফল দুই ক্ষেত্রেই ২৬। যেহেতু আগে ১৭ ও ১১ বেছে নেওয়া হয়েছে, যাদের যোগফল, ১৭ + ১১ = ২৮, তাই পরবর্তী দুটি সংখ্যার যোগফলসহ মোট যোগফল হবে ২৬ + ২৮ = ৫৪!



$$(১৭ + ১১) + (৮ + ১৮) = ৫৪\ !$$

অথবা, $(১৭ + ১১) + (৬ + ২০) = ৫৪\ !$

সিদ্ধান্ত

প্রকৃতপক্ষে আপনার বন্ধু যেভাবেই সংখ্যাগুলো বেছে নিন না কেন, যোগফল সব সময়ই ৫৪ হবে। জাদুর ছকটা এমনভাবে তৈরি করা হয়েছে এবং সংখ্যা বেছে নেওয়ার এমন একটি পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়েছে যে শেষ পর্যন্ত আপনি যোগফল হিসেবে সব সময় বিস্ময়সংখ্যাটিই পাবেন।

আপনি আবিষ্কার করুন

এই জাদুর ছক থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে প্রচলিত জাদুর ছকের ধারাবাহিকতায় নতুন কিছু সংযোজনের সুযোগ রয়েছে। আপনি নিজেও এসব নিয়ে চিন্তাভাবনা করতে পারেন। গণিত এমন এক মজার বিষয় যে শুধু খাতা-কলম নিয়ে বসে অনেক কিছু আবিষ্কার করা যায়। কম্পিউটারের যুগে এখন তো আরও সহজ হয়ে গেছে। নতুন কিছু সংযোজন করে আপনিও হতে পারেন বাংলাদেশের একজন স্টিফেন টাকার!

অভাবনীয় জাদুর ছক

ড. আর্থার বেঞ্জামিন ক্যালিফোর্নিয়ার হার্ভে মাড কলেজে গণিতের একজন অধ্যাপক এবং একই সঙ্গে তিনি পেশাগত জাদুশিল্পীও। প্রায়ই তিনি হলিউডের ম্যাজিক ক্যাসেলে জাদু দেখান। ড. মাইকেল শারমার একজন প্রখ্যাত বিজ্ঞানী। তিনি *সায়েন্টিফিক আমেরিকান* পত্রিকায় প্রতি মাসে একটি কলাম লিখেন। *স্কেপটিক* পত্রিকাটির তিনি প্রকাশক। এদের কথা আগেই বলেছি। এ দুজন অসামান্য প্রতিভা যৌথভাবে *সিক্রেটস অব মেন্টাল ম্যাথ* বইটি লিখেছেন (থ্রি রিভারস প্রেস, র‍্যানডম হাউস, ২০০৬, নিউ ইয়র্ক, কিনডেল এডিশন)। এ বইয়ে বর্ণিত চমকপ্রদ কিছু কৌশলী জাদুর খেলা যে কাউকে এমনভাবে সম্মোহিত করে ফেলে যে তা আর বলার নয়। এসব কৌশল অবলম্বনে ও মূল ধারণার ভিত্তিতে উদ্ভাবিত গণিতের কয়েকটি চমৎকার জাদুর কৌশল বর্ণনা করছি। মাথা ঘুরিয়ে দেওয়ার মতো এই সব জাদু আমাদের তরুণ গণিত প্রজন্মকে নিঃসন্দেহে উৎসাহিত করবে।

পুরোনো সুরে শুরু

এক ঘরোয়া অনুষ্ঠানে জমজমাট আসর। আপনাকে কিছু তরুণ-তরুণী গণিতের জাদু দেখানোর জন্য বারবার বলছে। আপনি ইতিমধ্যেই নামকরা একজন গণিত-জাদুশিল্পী হিসেবে প্রসিদ্ধি লাভ করেছেন। নিতান্তই অনিচ্ছা নিয়ে আপনি আগেই তৈরি করা একটি জাদুর ছক মেলে ধরলেন। বললেন, এই যে দেখছ ৪ × ৪ বর্গের জাদুর ছক, এখানে ১ থেকে ১৬ পর্যন্ত ১৬টি সংখ্যা এলোমেলোভাবে লিখে রেখেছি। আসলে সংখ্যাগুলো একটি বিশেষ

কৌশলে সাজিয়ে লেখা হয়েছে। সেটা অবশ্য নতুন কিছু নয়, ম্যাজিক স্কয়ারের বৈশিষ্ট্যগুলোই এখানে রয়েছে, শুধু সংখ্যাগুলো আলাদা।

এই জাদুর ছকের চারটি সারির প্রতিটির চারটি করে ঘরে যে সংখ্যাগুলো আছে, তাদের যোগফল ৩৪। অনুরূপভাবে, স্তম্ভগুলোর সংখ্যার যোগফলও ৩৪। দুই কর্ণ বরাবর সংখ্যাগুলোর যোগফলও সেই ৩৪। চার কোনার সংখ্যাগুলোর যোগফলও ৩৪।

১	১৪	১১	৮	= ৩৪
১২	৭	২	১৩	= ৩৪
৬	৯	১৬	৩	
১৫	৪	৫	১০	
	= ৩৪		= ৩৪	

সারিগুলো	১	+	১৪	+	১১	+	৮	=	৩৪
	১২	+	৭	+	২	+	১৩	=	৩৪
	৬	+	৯	+	১৬	+	৩	=	৩৪
	১৫	+	৪	+	৫	+	১০	=	৩৪
স্তম্ভগুলো	১	+	১২	+	৬	+	১৫	=	৩৪
	১৪	+	৭	+	৯	+	৪	=	৩৪
	১১	+	২	+	১৬	+	৫	=	৩৪
	৮	+	১৩	+	৩	+	১০	=	৩৪
কর্ণগুলো	১	+	৭	+	১৬	+	১০	=	৩৪
	১৫	+	৯	+	২	+	৮	=	৩৪

শুধু তা-ই নয়, চার কোনার ঘর অথবা মাঝখানের দুই সারি ও দুই স্তম্ভের প্রান্তিক চারটি করে সংখ্যার (প্রতিসাম্য অবস্থান) যোগফল ৩৪। মাঝখানের ছোট চার ঘরের বর্গের চারটি ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফল ৩৪। এমনকি, পুরো ৪ × ৪ বর্গের ঘরটিকে যদি সমান চার ভাগে ভাগ করে চার কোনায় ২ × ২ বর্গছকের মোট চারটি বর্গ তৈরি করা হয়, তাহলে প্রতিটি ছোট বর্গছকের চারটি ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফলও ৩৪। এবং মহাবিস্ময়, সব সংখ্যা যোগ করে, যেহেতু এটা ৪ × ৪ বর্গের জাদুর ছক, তাই প্রাপ্ত সংখ্যাকে ৪ দিয়ে ভাগ করলেও সেই ৩৪ সংখ্যাটিই পাওয়া যাবে!

১	১৪	১১	৮
১২	৭	২	১৩
৬	৯	১৬	৩
১৫	৪	৫	১০

= ৩৪

চারটি কোনার ঘর	১ + ৮ + ১০ + ১৫ = ৩৪
প্রতিসাম্য অবস্থানের ঘরগুলো	১৪ + ১১ + ৪ + ৫ = ৩৪
	১২ + ৬ + ১৩ + ৩ = ৩৪
মাঝখানের চারটি ঘর	৭ + ২ + ৯ + ১৬ = ৩৪!

ছোট চারটি ২ × ২ ছকের সংখ্যাগুলোর যোগফল ১+১৪+১২+৭ = ৩৪

১১+৮+২+১৩ = ৩৪

৬+৯+১৫+৪ = ৩৪

১৬+৩+৫+১০ = ৩৪

সব সংখ্যার যোগফল

১+১৪+১১+৮+১২+৭+২+১৩+৬+৯+১৬+৩+১৫+৪+৫+১০ = ১৩৬
এবং ১৩৬ ÷ ৪ = ৩৪ !

এই ছক আপনার জাদু দেখানোর জন্য এক মহা মূল্যবান সম্পদ। একে মনের কুঠুরিতে একেবারে ঢুকিয়ে রাখুন। স্মৃতিতে গেঁথে ফেলুন। কারণ, বারবার এটা আপনার দরকার পড়বে।

শুরুতেই বিপত্তি!

আপনি ছকটি সবার সামনে মেলে ধরে বলে যাচ্ছেন, এই ছকের বৈশিষ্ট্য হলো, যেকোনো দিক থেকেই যোগফল বের করা হোক না কেন, সব দিকেই ৩৪!

এরপর আপনি যে-ই না বিস্তৃত বিবরণী দেওয়া শুরু করেছেন, অমনি সবাই চেঁচিয়ে উঠল, না না, এই সব পুরোনো জাদু দেখতে চাই না। সবাই জানে। নতুন কিছু দেখান।

দর্শকদের এ রকম বিরূপ প্রতিক্রিয়া অপ্রত্যাশিত নয়। কারণ, আপনার কাছের মহল জাদুর ছকের সঙ্গে বেশ ভালোভাবেই পরিচিত। আপনি নিজেই বেশ কয়েকবার এ ধরনের জাদুর ছক পূরণের চমক দেখিয়েছেন। বারবার একই ধরনের কৌশল কে দেখতে চায়? তাই আপনাকে আগে থেকেই এ ধরনের কথা শোনার জন্য প্রস্তুত থাকতে হবে।

আপনি চিন্তা করুন এই জাদুর ছকে নতুন কী দেখাতে যাচ্ছেন। যেমন, এর আগের জাদুতে আপনি হয়তো দেখিয়েছেন প্রত্যাশিত সংখ্যাটি হতে হবে ১ থেকে ৫০-এর মধ্যে যেকোনো একটি। এই জাদুতে সে রকম বাধ্যবাধকতা নেই, যদিও হিসাবের সুবিধার জন্য সংখ্যাটি যেন বেশি বড় না হয়, সেটা লক্ষ রাখতে হবে। কিন্তু তার চেয়েও বড় চমক হবে যদি আপনি নিজে থেকে সব ঘর পূরণ না করেন। দর্শকেরা চিহ্নিত করে দেবেন কোন ঘর পূরণ করতে হবে, আপনি হিসাব করে সেই ঘরে একটি সংখ্যা বসাবেন এবং শেষ পর্যন্ত যোগফল সেই প্রত্যাশিত সংখ্যাই হবে। এবার আপনি সে কথাটাই বুঝিয়ে বলুন।

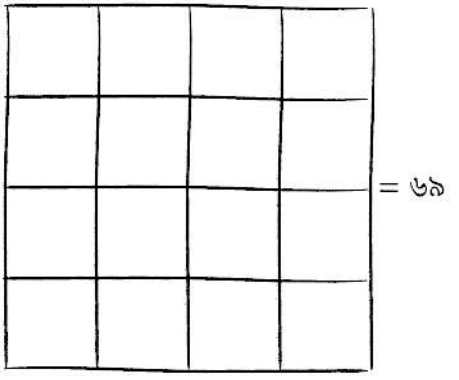
আসল জাদু

আপনি আশ্বস্ত করলেন, জাদু তো এখনো শুরুই হয়নি, মাত্র উপক্রমণিকা। আসল জাদু এই শুরু হলো। ওই যে, ওই চৌকস বাচ্চা মেয়েটি, তোমারই বেশি আপত্তি দেখছি। তুমি ৩৪ যোগফলে খুশি নও, আরও বেশি চাও, তাই না? বেশ তো, বলো, চারদিকের যোগফল কত চাও?

—আমি, আমি, আমি চাই ৬৯।

—বেশ তো, আমি এখনই তোমার আদেশ পালন করছি।

আপনি পকেট থেকে একটি খালি কার্ড বের করে ৪ × ৪ বর্গের একটি ছক আঁকলেন। এর ১৬টি ঘর ফাঁকা। এই ছকের বাইরে ডান পাশে, মাঝামাঝি স্থানে আপনি প্রত্যাশিত সংখ্যা = ৬৯ লিখে রাখলেন।



এর পর আপনি অনেকটা আত্মবিশ্বাস নিয়ে বললেন, তুমিই দেখিয়ে দাও কোন ঘর থেকে সংখ্যা লেখা শুরু করব?

—দ্বিতীয় সারির তৃতীয় ঘরে লিখুন তো দেখি কত লিখবেন?

আপনি এক মুহূর্ত সময় না নিয়ে নির্দিষ্ট ঘর চিহ্নিত করে লিখলেন ১০।

এর পর সেই শিশু এক-একটি ঘর দেখিয়ে দেয় আর আপনি সেই ঘরে চট করে একটা সংখ্যা লিখে দেন। ১৬টি ঘর পূরণ হওয়ার পর আপনি মাথা নুইয়ে বলুন, মিলিয়ে দেখো তো, সব দিকের যোগফল ৬৯ কি না?

৯	২৫	১৯	১৬	= ৬৯
২০	১৫	১০	২৪	= ৬৯
১৪	১৭	২৭	১১	
২৬	১২	১৩	১৮	
= ৬৯			= ৬৯	

সারিগুলো

৯ + ২৫ + ১৯ + ১৬ = ৬৯
২০ + ১৫ + ১০ + ২৪ = ৬৯
১৪ + ১৭ + ২৭ + ১১ = ৬৯
২৬ + ১২ + ১৩ + ১৮ = ৬৯

স্তম্ভগুলো

৯ + ২০ + ১৪ + ২৬ = ৬৯
২৫ + ১৫ + ১৭ + ১২ = ৬৯
১৯ + ১০ + ২৭ + ১৩ = ৬৯
১৬ + ২৪ + ১১ + ১৮ = ৬৯

কর্ণগুলা

৯ + ১৫ + ২৭ + ১৮ = ৬৯
২৬ + ১৭ + ১০ + ১৬ = ৬৯

চার কোনা	৯ + ১৬ + ২৬ + ১৮ = ৬৯
মাঝখানের চার ঘর	১৫ + ১০ + ১৭ + ২৭ = ৬৯
চার কোনার চারটি ২ × ২ বর্গ	৯ + ২৫ + ২০ + ১৫ = ৬৯
	১৯ + ১৬ + ১০ + ২৪ = ৬৯
	১৪ + ১৭ + ২৬ + ১২ = ৬৯
	২৭ + ১১ + ১৩ + ১৮ =৬৯!

এতটা কেউ আশা করেনি। করতালি দিয়ে সবাই আপনাকে বরণ করে নিল।

গণিতের এই জাদুতে সবাইকে চমক লাগিয়ে দেওয়ার মতো কিছু বৈশিষ্ট্য আছে। আপনি যেহেতু দর্শকের কথা অনুযায়ী একের পর এক ঘরে সংখ্যা লিখছেন, তাই তাদের পক্ষে বুঝে ওঠা সম্ভব নয় যে আপনি আগে থেকে তৈরি করা কোনো সূত্র অনুযায়ী কাজ করছেন। যেমন, দর্শক প্রত্যাশিত সংখ্যা হিসেবে ৬৯ চাইবে নাকি ৪৩ চাইবে, সেটা তো আপনার জানার কথা নয়। দর্শকের চাহিদা অনুযায়ী আপনি যখন ফাঁকা ছকটির পাশে সেই প্রত্যাশিত সংখ্যাটি লিখে রাখলেন এবং পরে ঘর পূরণ করে দেখিয়ে দিলেন যে আগে লিখে রাখা প্রত্যাশিত রাশিটিই অর্জিত হয়েছে, তখন আপনার জাদুতে সবাই সম্মোহিত হবেন। দ্বিতীয়ত, আপনি কিন্তু নিজে থেকে ইচ্ছেমতো ঘর পূরণ করছেন না, যা অন্যান্য জাদুর ছকের বেলায় হয়ে থাকে। এখানে কোন ঘরে সংখ্যা বসাতে হবে, সেটা দর্শক নির্দেশ করছেন। এতে দর্শকদের মধ্যে এমন ধারণা জন্ম নেবে যে আপনি যেকোনো প্রত্যাশিত সংখ্যা যেকোনোভাবে মিলিয়ে দিতে পারেন। এর চেয়ে বড় জাদু আর কী হতে পারে?

প্রথম ছকটি কীভাবে পেলেন

এই জাদু দেখানোর জন্য আপনি প্রথমে আগে থেকে তৈরি যে ছকটি ব্যবহার করেছেন তার বিভিন্ন ঘরের সংখ্যাগুলো আপনাকে মোটামুটি মনে রাখতে হবে। মনে রাখার সহজ কৌশল আছে। কঠিন কিছুই নয়। একটি কার্ডে ৪ × ৪ বর্গছক আঁকুন। এর রয়েছে ১৬টি ঘর। এর বিভিন্ন ঘরে কতগুলো নির্দিষ্ট সংখ্যা লিখে আপনাকে জাদুর বর্গছকটি পূরণ করতে হবে।

কোন ঘরে কত লিখবেন

বিভিন্ন ঘরে যে সংখ্যাগুলো লিখতে হবে, আপনার সুবিধা অনুযায়ী তাদের মধ্যে যোগসূত্র বের করুন। যেমন, প্রথম সারির প্রথম ঘরে প্রথম অঙ্ক হবে ১ (পৃ. ৯০)। এর পরের ঘরে ১-এর পিঠে ৪ বসিয়ে লিখুন ১৪। এই ৪ আপনি ১-এর সঙ্গে ৩ যোগ করে পাবেন। এটা মনে রাখুন। এর পরের দুই ঘরে ১৪ থেকে ৩ করে কমিয়ে লিখতে হবে যথাক্রমে ১১ ও ৮।

দ্বিতীয় সারির প্রথম ও শেষ ঘরে থাকবে ১২ ও ১৩। মাঝখানের দুই ঘরে ১২ থেকে ক্রমান্বয়ে ৫ করে বাদ দিয়ে লিখতে হবে যথাক্রমে ৭ ও ২।

তৃতীয় সারির শেষ ঘরে ৩, প্রথম ও দ্বিতীয় ঘরে ৩-এর দ্বিগুণ ও তিন গুণ, যথাক্রমে ৬ ও ৯। তৃতীয় ঘরে ১৬, যা প্রথম দুটি ঘরের সংখ্যা দুটির যোগফলের চেয়ে ১ বেশি।

চতুর্থ সারির দ্বিতীয় ও তৃতীয় ঘরে যথাক্রমে ৪ ও ৫ এবং চতুর্থ ও প্রথম ঘরে ৫-এর দ্বিগুণ ও তিন গুণ, যথাক্রমে ১০ ও ১৫।

এভাবে সংখ্যাক্রম মনে রাখলে জাদু দেখানো সহজ হবে। অবশ্য মনে না থাকলেও তেমন সমস্যা নেই; কারণ, জাদু দেখানোর সময় আপনার ছকটি আপনার চোখের সামনেই রাখতে পারবেন। আর যদি ছকটা মনে থাকে, তাহলে আপনাকে আর পায় কে!

কীভাবে অসাধ্য সাধন করলেন

আপনার তৈরি মৌলিক ছকটি ব্যবহার করে আপনি অনায়াসে যেকোনো প্রত্যাশিত সংখ্যার জাদুর ছক তৈরি করতে পারেন। এ জন্য আপনাকে মনে মনে দুটি ছোট হিসাব করে নিতে হবে। প্রথমত, দর্শকের প্রত্যাশিত সংখ্যা থেকে ৩৪ বিয়োগ করে প্রাপ্ত ফলটি মনে রাখুন। যেমন, আমাদের এই জাদুর ক্ষেত্রে প্রত্যাশিত সংখ্যা ৬৯। এবার ৩৪ বিয়োগ করে পাই, ৬৯ - ৩৪ = ৩৫। বিয়োগ করার জন্য প্রথমে প্রত্যাশিত সংখ্যা থেকে ১০, ১০ করে তিনবার বাদ দিয়ে, এর পর আরও ৪ বাদ দিতে হবে।

জাদুসংখ্যা

এখন সহজেই বুঝতে পারছেন যে আপনার ছকের সব সারি বা স্তম্ভের যোগফল ৩৫ করে বাড়াতে হবে। যেহেতু প্রতি সারিতে চারটি করে সংখ্যা আছে, তাই ৩৫-কে ৪ দিয়ে ভাগ করুন। যদি নিঃশেষে বিভাজ্য হয়, ভালো। ভাগফলটি হবে আপনার জন্য এক ও অদ্বিতীয় জাদুসংখ্যা। এটি মনে রাখুন। যদি ৪ দিয়ে ভাগ করলে নিঃশেষে বিভাজ্য না হয়, তাহলে যে ভাগশেষ থাকবে তা উপেক্ষা করে শুধু ভাগফলটি নিন, সেটি হবে আপনার প্রথম জাদুসংখ্যা এবং এর সঙ্গে ভাগশেষ যোগ করে পাবেন দ্বিতীয় জাদুসংখ্যা। যেমন, (৩৫ ÷ ৪) = ৮ ও ভাগশেষ ৩। এ ক্ষেত্রে আপনার প্রথম জাদুসংখ্যা ৮ ও দ্বিতীয় জাদুসংখ্যা (৮ + ৩) = ১১।

আপনার আবিষ্কৃত জাদুর ছকটি আপনার পাশে এমনভাবে রাখুন যেন আপনি মাঝেমধ্যে চট করে দেখে নিতে পারেন সেখানে কোন ঘরে কোন সংখ্যাটি আছে। কথার ছলে এমনভাবে চোখ বোলাতে হবে, যেন কেউ বুঝতে না পারে যে আপনি বারবার আপনার কার্ডটি দেখছেন।

এ জন্য প্রয়োজনে জাদু দেখানোর আগে থেকেই কয়েকবার অনুশীলন করে ভালোভাবে প্রস্তুতি নিতে হবে।

এখন আপনি পুরোপুরি প্রস্তুত। আপনার অনুরোধে দর্শক যখন কোনো একটি ঘর নির্দেশ করবেন, আপনি প্রথমে আপনার মূল ছকের দিকে একবার চোখ বুলিয়ে দেখবেন, অথবা স্মৃতি থেকে মনে করবেন সেই ঘরটিতে কোন সংখ্যাটি লেখা আছে। যদি সেটা ১৩, ১৪, ১৫ বা ১৬ হয়, তাহলে সেই সংখ্যাটির সঙ্গে দ্বিতীয় জাদুসংখ্যা ১১ যোগ করে ঘরটি পূরণ করবেন। আর যদি অন্য সংখ্যা হয় তাহলে সেই ঘরের সংখ্যাটির সঙ্গে প্রথম জাদুসংখ্যা ৮ যোগ করে নতুন সংখ্যাটি লিখবেন।

এভাবে আপনি দর্শকের চাহিদা অনুযায়ী সম্পূর্ণ ছকটি পূরণ করতে পারবেন।

জাদুসংখ্যা যখন একটি

আগেই বলেছি, দর্শকদের প্রত্যাশিত সংখ্যা থেকে ৩৪ বিয়োগ করার পর বিয়োগফল যদি ৪ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হয় তাহলে জাদুসংখ্যা হবে একটি। জাদুর ছক পূরণ সহজতর হবে।

লক্ষ করলে দেখা যাবে, দর্শকের প্রত্যাশিত সংখ্যাটি যদি জোড় সংখ্যা হয় কিন্তু ৪ দ্বারা বিভাজ্য না হয়, তাহলে প্রথম ও দ্বিতীয় জাদুসংখ্যা অভিন্ন হবে। কারণ, ৩৪ বিয়োগ করার পর বিয়োগফল ৪ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। সে ক্ষেত্রে প্রতিটি ঘরের সংখ্যার সঙ্গে শুধু জাদুসংখ্যাটি যোগ করলেই নতুন সংখ্যাটি পাওয়া যাবে।

আমাদের এই উদাহরণে যেহেতু প্রত্যাশিত সংখ্যা ৬৯, যা একটি বিজোড় সংখ্যা, তাই প্রথম ও দ্বিতীয়, দুটি জাদুসংখ্যা পাওয়া গেছে।

কৌশলটি কীভাবে কাজ করে

আপনার নিজস্ব মূল জাদুর ছকটি (পৃষ্ঠা ৯০) মনোযোগ দিয়ে দেখুন। প্রতি সারি ও স্তম্ভের ঘরগুলোর বর্ণিত সংখ্যাগুলোর যোগফল ৩৪। এখন যদি ৬৯ পেতে চাই, তাহলে প্রশ্ন হলো দ্বিতীয় জাদুসংখ্যাটি কোন সংখ্যার সঙ্গে যোগ করলে ইপ্সিত ফল পাওয়া যাবে? এখানে লক্ষ করার বিষয় হলো, ১৩, ১৪, ১৫ ও ১৬ সংখ্যা চারটির প্রতিটি একটি করে সারি, স্তম্ভ ও চার কোনার ছোট চারটি ২ × ২ বর্গছকের মধ্যে রয়েছে। সুতরাং এই সংখ্যাগুলোর সঙ্গে প্রথম জাদুসংখ্যা যোগ করলে সারি, স্তম্ভ ও ছোট চারটি বর্গক্ষেত্রের সবগুলোতে দর্শকের প্রত্যাশিত সংখ্যা পাওয়া যাবে না। সেখানে যোগ করতে হবে দ্বিতীয় জাদুসংখ্যা। যেমন, আমাদের উদাহরণে প্রত্যাশিত সংখ্যা ৬৯। আপনার নিজস্ব ছকের (পৃ. ৯০) বাঁ পাশে নিচের কোনার চারটি সংখ্যার যোগফল ৩৪। এর সঙ্গে যদি (৮ × ৪) = ৩২ যোগ করি, তাহলে পাব (৩৪ + ৩২) = ৬৬। কিন্তু আমাদের পেতে হবে ৬৯। তাই যোগ করতে হবে অতিরিক্ত আরও ৩, যা ওই ছকের একেবারে নিচের বাঁ পাশের ঘরে ১৫-এর সঙ্গে যোগ করতে হয়েছে। অনুরূপভাবে অন্য তিনটি ঘরে একই কারণে ১৩, ১৪ ও ১৬-এর সঙ্গে ৩ যোগ করা হয়েছে। এ চার সংখ্যার ক্ষেত্রে ৮-এর পরিবর্তে যোগ করা হয়েছে দ্বিতীয় জাদুসংখ্যা ১১।

১০	২৩	২০	১৭
২১	১৬	১১	২২
১৫	১৮	২৫	১২
২৪	১৩	১৪	১৯

= ৭০

সব দিকের যোগ ফল ৭০!

যদি দর্শকের প্রত্যাশিত সংখ্যা ৬৯ না হয়ে ৭০ হতো, যা একটি জোড় সংখ্যা কিন্তু ৪ দ্বারা বিভাজ্য নয়, সে ক্ষেত্রে জাদুসংখ্যাটি হতো এক ও অভিন্ন, ৯। এই জাদুসংখ্যা প্রথম জাদুর ছকের ঘরগুলোর সংখ্যার সঙ্গে যোগ করে অনায়াসে আপনি দর্শকের চাহিদা অনুযায়ী জাদুর ছক তৈরি করতে পারতেন।

আরও সহজ জাদুর ছক

আপনি একটু ভিন্নভাবে ৪ × ৪ জাদুর ছকটি সাজিয়ে আরও সহজে গণিতের জাদু দেখিয়ে সবাইকে চমকে দিতে পারেন। এ ক্ষেত্রেও আপনার অবলম্বন হবে এমন একটি মূল জাদুর ছক যার সারি, স্তম্ভ, কর্ণ ইত্যাদি সব দিকে সংখ্যাগুলোর যোগফল ৩৪। অবশ্য ছকের বিভিন্ন ঘরে লেখা সংখ্যাগুলো আগের মতো নয়, একটু আলাদা।

১৪	১	১২	৭	
১১	৮	১৩	২	= ৩৪
৫	১০	৩	১৬	
৪	১৫	৬	৯	

এবার আপনি এই মূল ছক স্মৃতিতে গেঁথে ফেলুন। কয়েকবার অনুশীলন করে দেখুন, কোন ঘরে কত সংখ্যা তা আপনি সাবলীল ভঙ্গিতে লিখতে পারেন কি না।

আপনি এখন প্রস্তুত। বেশ আস্থার সঙ্গে দর্শকদের মধ্য থেকে কাউকে মঞ্চে আহ্বান করুন।

—তুমি গণিত জানো?

—না, গণিতে আমার ভীষণ ভয়। আমাকে আর ভয় দেখাবেন না কিন্তু! আমি গণিত বুঝি না। মঞ্চে ডেকে এনে গণিতের কোনো জটিল হিসাব করতে বলে সবার সামনে আমাকে অপদস্থ করবেন না, প্লিজ!

—তুমি কি সাধারণ যোগও করতে পারো না?

—আরে ভাই, আমাকে কি একেবারে অক্ষরজ্ঞানহীন মানুষ মনে করেছেন? যোগ-বিয়োগ তো মামুলি ব্যাপার!

—বেশ, আমাকে একটা সংখ্যা বলো।

—ছোট না বড়?

—তোমার খুশি, তবে খুব বড় সংখ্যা ধরে আমাকে বিপদে ফেলো না যেন!

আমি কিন্তু গণিত বুঝি না

—বেশ, ধরুন ৫৭, খুব বড়ও না আবার একেবারে ছোটও না।

—তোমাকে ধন্যবাদ। তুমি বই পড়ো তো? ধরো, তুমি ৫৭টি বই চেয়েছ, আমি তোমাকে এর ১৮ গুণ বই দিচ্ছি!

কথা বলতে বলতে আপনি মনে মনে দর্শকের প্রত্যাশিত ৫৭ থেকে ৩৩ বিয়োগ করে নিন। মনে রাখুন, আপনার জাদুর ছকের চারদিকের যোগফল ছিল ৩৪, এর থেকে ১ কম, ৩৩ বিয়োগ করতে হবে। সহজে হিসাব করার জন্য ৫৭ থেকে ১০, ১০ করে তিনবার বিয়োগ করে তারপর আরও ৩ বিয়োগ করুন। আপনার হাতে রইল ২৪। এই সংখ্যা আপনার জাদুসংখ্যা। এটা মনে রখুন।

এর পর আপনি মঞ্চে রাখা একটি বোর্ডে খসখস করে আপনার মূল ৪ × ৪ জাদুর ছকের পরিবর্তিত রূপ লিখতে শুরু করুন। এখানে পরিবর্তন খুব সামান্যই। শুধু ছকের ১, ২, ৩, ৪-এর ঘরগুলোতে একটানা ২৪, ২৫, ২৬ ও ২৭ লিখতে হবে, অন্য সব সংখ্যা মূল ছকের সংখ্যাগুলোর মতোই থাকবে।

১৪	~~২৪~~	১২	৭	
১১	৮	১৩	~~২৫~~	= ৫৭
৫	১০	~~২৬~~	১৬	
~~২৭~~	১৫	৬	৯	

সারিগুলো

১৪ + ২৪ + ১২ + ৭ = ৫৭
১১ + ৮ + ১৩ + ২৫ = ৫৭
৫ + ১০ + ২৬ + ১৬ = ৫৭
২৭ + ১৫ + ৬ + ৯ = ৫৭

স্তম্ভগুলো	১৪ + ১১ + ৫ + ২৭ = ৫৭
	২৪ + ৮ + ১০ + ১৫ = ৫৭
	১২ + ১৩ + ২৬ + ৬ = ৫৭
	৭ + ২৫ + ১৬ + ৯ = ৫৭
কর্ণগুলো	১৪ + ৮ + ২৬ + ৯ = ৫৭
	২৭ + ১০ + ১৩ + ৭ = ৫৭
চার কোনার ঘরগুলো	১৪ + ৭ + ২৭ + ৯ = ৫৭
মাঝখানের ছোট বর্গ	৮ + ১৩ + ১০ + ২৬ = ৫৭

মাঝের দুই সারি ও স্তম্ভের প্রতিসাম্য অবস্থান

২৪ + ১২ + ১৫ + ৬ = ৫৭
১১ + ৫ + ২৫ + ১৬ = ৫৭

চার কোনার ছোট চারটি বর্গের ছক

১৪ + ২৪ + ১১ + ৮ = ৫৭
১২ + ৭ + ১৩ + ২৫ = ৫৭
৫ + ১০ + ২৭ + ১৫ = ৫৭
২৬ + ১৬ + ৬ + ৯ = ৫৭

এবার দর্শককে গর্বের সঙ্গে বলুন, তুমি চেয়েছিলে ৫৭; দেখো, আমি কতভাবে তোমাকে ৫৭ দিলাম।

যেকোনো সংখ্যার জন্য প্রযোজ্য

দর্শকের প্রত্যাশিত সংখ্যা ৫৭ না হয়ে যদি ৭৮ হতো, তাহলে আপনি আপনার মূল ছকের ১, ২, ৩ ও ৪-এর ঘরে চোখ বন্ধ করে লিখতেন ৪৫, ৪৬, ৪৭ ও ৪৮। কারণ, যেহেতু (৭৮ - ৩৩) = ৪৫, তাই ৪৫ দিয়ে ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার শুরু। একনিমেষেই আপনি চমৎকার জাদুর ছকটি লিখে ফেলতেন!

১৪	৪৫	১২	৭	
১১	৮	১৩	৪৬	= ৭৮
৫	১০	৪৭	১৬	
৪৮	১৫	৬	৯	

সব দিকের যোগফল ৭৮!

কীভাবে কী হলো

আপনি জাদুটি দেখিয়েছেন ঠিকই, কিন্তু ভাবছেন কীভাবে এই জটিল জাদুর ছক এত সহজে মেলানো সম্ভব হলো? আপনার ছকটি একটি বিশেষ ছক, যা এক জটিল সমীকরণের সমাধান বের করে তৈরি করা হয়েছে। লক্ষ করুন ১, ২, ৩ ও ৪-এর অবস্থান। এই অঙ্কগুলো আলাদাভাবে একটি করে সারি, একই ঘরের স্তম্ভ ও সেই দিকের কোনার ছোট ২ × ২ বর্গের অন্তর্ভুক্ত। ফলে, ওই চার সংখ্যা বদলালে সব ক্ষেত্রেই পরিবর্তিত কিন্তু অভিন্ন যোগফল পাওয়া যাবে।

প্রশ্ন ওঠে, মূল ছকের সারিগুলোর যোগফল যেহেতু ৩৪, তাই প্রত্যাশিত সংখ্যা থেকে ৩৪ বিয়োগ না করে কেন ১ কমিয়ে ৩৩ বিয়োগ করা হলো? এর কারণ হলো, যেহেতু প্রথম ঘরে ১ উঠিয়ে সেখানে নতুন সংখ্যা বসাচ্ছি, তাই যোগফল হিসেবে প্রত্যাশিত সংখ্যা পেতে হলে এখানে ১ বাড়িয়ে দিতে হবে, এ জন্যই ৩৩ বিয়োগ করা হয়েছে।

আপনি জাদু দেখাতে চাইলে পূর্ববর্তী অধ্যায়ের ছকের চেয়ে এই ছকটি ব্যবহার করলে বেশি সুবিধা। বিদ্যুদ্বেগে জাদু দেখাতে পারবেন। আপনি হয়তো ভাবছেন, তাহলে ওই কঠিন হিসাবের ছকটি কেন ঘটা করে দেখানো হলো? আসলে এসব জাদুর ছক যে নানাভাবে তৈরি করা যায়, সে সম্পর্কে ধারণা দেওয়ার জন্যই এত আয়োজন।

একই পদ্ধতি অনুসরণীয়

পূর্ববর্তী অধ্যায়ে একই ধরনের জাদুর ছক পূরণ করতে আপনাকে অনেক বেশি হিসাব করতে হয়েছে। কিন্তু এখানে হিসাবটা বেশ সহজ। আসলে অনেকভাবেই এসব ছক পূরণ করা যায়। পূর্ববর্তী ছকেও আপনি লক্ষ করেছেন ১, ২, ৩ ও ৪ অঙ্কগুলো যে চারটি ঘরে রয়েছে, তাদের অবস্থান একই ধরনের শর্ত পূরণ করে। ওই ছকে দর্শক ৬৯ সংখ্যাটি পেতে চেয়েছিলেন। অর্থাৎ প্রত্যাশিত সংখ্যা ছিল ৬৯। ওই ছকেও (পৃষ্ঠা ৯১) যদি আপনি নতুন নিয়মে ১, ২, ৩ ও ৪ লেখা ঘরে যথাক্রমে ৩৬, ৩৭, ৩৮ ও ৩৯ বসিয়ে দেন, তাহলেও জাদুর ছকটিতে প্রত্যাশিত সংখ্যা ৬৯-ই পাওয়া যাবে। নতুন সংখ্যাগুলো ৩৬ দিয়ে শুরু করতে হবে; কারণ, (৬৯ - ৩৩) = ৩৬।

৩৬	১৪	১১	৮	
১২	৭	৩৭	১৩	= ৬৯
৬	৯	১৬	৩৮	
১৫	৩৯	৫	১০	

সব দিকে যোগফল ৬৯!

নিজে জাদুর ছক তৈরি করুন

আপনাকে একটি ৪ × ৪ ছকের কয়েকটি ঘরে কিছু সংখ্যা আপাতদৃষ্টিতে একেবারে এলোমেলোভাবে লিখে অবশিষ্ট শূন্য ঘরগুলো এমন কিছু সংখ্যা দিয়ে পূরণ করতে বলা হলো যেন সেটা জাদুর ছকে পরিণত হয়।

৩২	১৯		৮
১০	২৫		
৯			
৩৫	১৬		১১

অসম্পূর্ণ জাদুর ছক

আপনাকে এমনভাবে ছকটি পূরণ করতে হবে যেন সব সারি, স্তম্ভ, দুটি কর্ণ বরাবর ঘর ও অন্যান্য নির্দিষ্ট ছন্দ-অনুসারী ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফল অভিন্ন সংখ্যা হয়।

আপনি পড়লেন মহা বিপদে। কারণ, আপনি গণিতবিদ তো ননই, বরং সব সময় গণিত এড়িয়ে চলার চেষ্টা করেন।

কিন্তু তাতে কোনো সমস্যা নেই। সামান্য চিন্তা করেই আপনি ছকটি পূরণ করতে পারেন।

৩২	১৯	২৭	৮	
১০	২৫	১৭	৩৪	= ৮৬
৯	২৬	১৮	৩৩	
৩৫	১৬	২৪	১১	

আপনার তৈরি জাদুর ছক!

একে জাদুর ছকের ধাঁধা বলা চলে। এখানে জাদু নেই, তবে বুদ্ধি খাটানোর ব্যাপার আছে। অসম্পূর্ণ ছকটির মধ্যে সমাধান সূত্র লুকিয়ে আছে। সেটা খুঁজে বের করাই কৃতিত্ব। প্রথমে কঠিন মনে হলেও একটু চিন্তা করলে সহজ হয়ে আসবে। একে আমরা ব্রেইন টিজার বলতে পারি। অর্থাৎ মস্তিষ্কে ঝাঁকুনি দিয়ে বুদ্ধি খোলার ব্যবস্থা করা। মস্তিষ্কের উৎকর্ষ সাধনের জন্য এর প্রয়োজন রয়েছে। মুখে মুখে গণিতের জটিল হিসাব করার অভ্যাস হয়। কয়েকটি ঘরে বিভিন্নভাবে সংখ্যা বসিয়ে এ ধরনের ধাঁধার ছক নিজেরাই তৈরি করতে পারেন।

কীভাবে ছকটি পূরণ করলেন

প্রথমে লক্ষ করুন, প্রদত্ত অসম্পূর্ণ জাদুর ছকে অন্তত কোনো একটি সারি, স্তম্ভ বা কর্ণ বরাবর সব ঘরে একটি করে সংখ্যা আছে কি না। আছে। লক্ষ করুন, প্রথম স্তম্ভের চারটি সংখ্যা রয়েছে। যেহেতু এটা একটা জাদুর ছক হবে, তাই এই স্তম্ভের চারটি সংখ্যার যোগফলই অন্য সব স্তম্ভ, সারি ইত্যাদি বরাবর ঘরের সংখ্যাগুলোর যোগফল হতে হবে।

এখন কাজটি আপনার জন্য পানির মতো তরল হয়ে গেল। প্রথম স্তম্ভের চারটি ঘরের প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল ৮৬।

$$৩২ + ১০ + ৯ + ৩৫ = ৮৬$$

তাহলে আপনিই এবার হিসাব করে বলুন, প্রথম সারি ও দ্বিতীয় স্তম্ভের ফাঁকা ঘর দুটিতে কোন কোন সংখ্যা বসবে?

সাধারণ বিয়োগ, যা মুখে মুখে বের করা যায়। সংখ্যা দুটি হবে যথাক্রমে ২৭ ও ২৬; কারণ, এ সংখ্যাগুলো ওই দুটি ঘরে বসালেই ওই সব সারি ও স্তম্ভের সংখ্যাগুলোর যোগফল ৮৬ হয়।

$$৩২ + ১৯ + ২৭ + ৮ = ৮৬$$
$$১৯ + ২৫ + ২৬ + ১৬ = ৮৬$$

এভাবে আপনি অবশিষ্ট ঘরগুলো পূরণ করে অনায়াসে জাদুর ছকটি পূরণ করেছেন।

৩২	১৯	২৭	৮
১০	২৫	১৭	৩৪
৯	২৬	৮	৩৩
৩৫	১৬	২৪	১১

= ৮৬

আপনার তৈরি জাদুর ছক!

এ ধরনের ছক দেখতে যতই অসম্পূর্ণ হোক না কেন, এর প্রধান শর্ত হলো অন্তত একটি সারি, স্তম্ভ বা কর্ণ বরাবর সব ঘরে কোনো না কোনো সংখ্যা থাকতে হবে। অবশ্য অন্য ঘরগুলোর কোনটা ফাঁকা থাকবে, কোনটা থাকবে না, তার মধ্যেও একটা ছন্দ থাকতে হবে। এমন হতে হবে যেন প্রথমে প্রাপ্ত প্রত্যাশিত যোগফলটি অন্যান্য সারি, স্তম্ভ বা কর্ণ বরাবর যেসব ঘরে কিছু সংখ্যা এলোমেলোভাবে লেখা থাকবে, তার সঙ্গে মোটামুটি সামঞ্জস্যপূর্ণ হয়। যেমন, আমাদের এই ক্ষেত্রে প্রত্যাশিত রাশি ৮৬। এখন প্রথম সারি বা দ্বিতীয় স্তম্ভের সংখ্যাগুলোর সমষ্টি যদি ৮৬-এর কাছাকাছি না হয় তাহলে ওখানের ফাঁকা ঘরগুলো পূরণ করা কঠিন হয়ে দাঁড়াবে।

তাই জাদুর অসম্পূর্ণ ছক তৈরি করাও বেশ বুদ্ধির খেলা। একটু চিন্তা করতে হবে। তা না হলে হয়তো নিজের ফাঁদে নিজেই ধরা পড়বেন।

বলুন তো কত

কম্পিউটার ও ক্যালকুলেটরের এই যুগে গণিতের বড় বড় হিসাব মুখে মুখে করা অর্থহীন। কিন্তু আপনি যদি দর্শকদের গণিতের জাদু দেখিয়ে মুগ্ধ করতে চান, তাহলে প্রযুক্তি ব্যবহার না করেই তা করতে হবে।

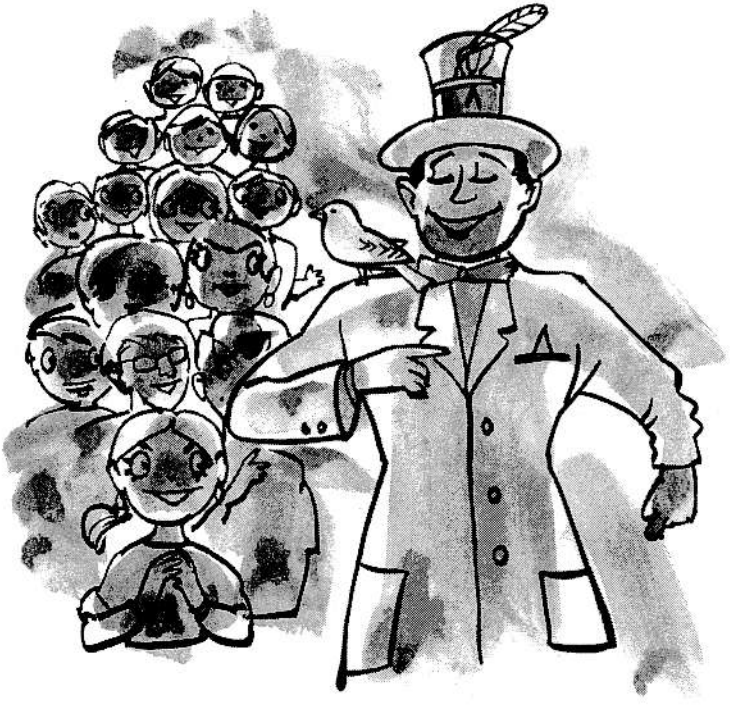
এটা ঠিক, যেখানে মুহূর্তের মধ্যে বড় বড় গণিতের হিসাব করে ফেলা যায়, সেখানে মিছেমিছি কাগজ-কলম নিয়ে জটিল গণিত করার দরকার কী? সময় বাঁচানো ও নির্ভুল উত্তর সম্পর্কে নিশ্চিত হওয়ার জন্য ক্যালকুলেটর কাজে লাগে। কিন্তু তার পরও গণিতের বড় বড় হিসাব করার বিশেষ কিছু কৌশল জানা থাকলে অনেক সময় যন্ত্রের চেয়েও দ্রুত হিসাব করা যায়।

তা ছাড়া এই সব নিয়মের অনুশীলন মেধার বিকাশ ঘটাতে সাহায্য করে। এটা কাল্পনিক কথা নয়। প্রয়াত বিজ্ঞানী অধ্যাপক জামাল নজরুল ইসলাম সহজে ক্যালকুলেটর ব্যবহার করতেন না। তিনি আধুনিক প্রযুক্তির বিরুদ্ধে ছিলেন না; কিন্তু গণিতের বড় বড় সমস্যা কাগজে-কলমে সমাধানের জন্য নতুন নতুন সূত্র আবিষ্কারেই বেশি স্বাচ্ছন্দ্য বোধ করতেন।

কম্পিউটার, ক্যালকুলেটর ছাড়া জীবন অচল, এতে সন্দেহ নেই। তার পরও আসুন আমরা গণিতের বড় বড় হিসাব জাদুর ছলে সহজে করার কিছু কৌশল শিখি।

এই সব কৌশলের একটি প্রায়োগিক মূল্যও আছে। বিসিএস বা বিভিন্ন প্রতিষ্ঠানে চাকরির জন্য পরীক্ষায় অনেক সময় ক্যালকুলেটর ব্যবহার করতে দেওয়া হয় না। তখন সহজ উপায়ে কিছু গুণ-ভাগের কৌশল জানা থাকলে উপকারে আসে।

পূর্বোক্ত সিক্রেটস *অব মেন্টাল ম্যাথ, ক্ল্যাসিক ম্যাথম্যাজিক, সায়েন্স ম্যাজিক, সায়েন্স পাজলারস, লোর অব লার্জ নাম্বারস* প্রভৃতি বই ও গণিত-সম্পর্কিত অনেক ওয়েবসাইটে এ ধরনের কৌশলের বর্ণনা রয়েছে। তারই অবলম্বনে এখানে মাথা ঘামানোর মতো কিছু জটিল সমস্যা ও সমাধানের সহজ কৌশলের বিষয়ে লিখছি।



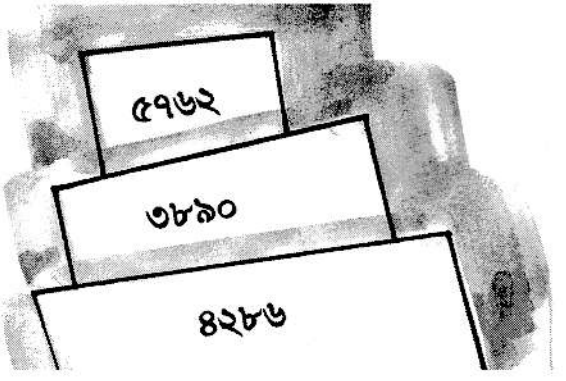
আমি সংখ্যার জাদু দেখাই

অবাক সংখ্যা

গণিতের এই চমৎকার কৌশলটি প্রথম প্রকাশ করেন বিস্ময়কর গণিত-জাদুশিল্পী জেমস র‍্যানডি। দর্শকদের ইচ্ছেমতো বেছে নেওয়া তিন অঙ্কের চারটি সংখ্যার যোগফল কী হবে সে সম্পর্কে আপনি সংখ্যাগুলো বেছে নেওয়ার আগেই নিখুঁত ভবিষ্যদ্বাণী করে দিতে পারবেন।

প্রথমে আপনি তিন সেট সাদা কাগজ নিন, প্রতি সেটে নয়টি করে কাগজ থাকবে।

জাদুর শুরুতেই আপনি সাদা কাগজে একটি সংখ্যা লিখে কাউকে না দেখিয়ে একটি খামে ঢুকিয়ে মুখ আঠা দিয়ে বন্ধ করে দিন। বন্ধ খামটি আপনি প্রথম সারিতে বসা কারও হাতে দিয়ে পকেটে রাখতে বলুন। কাউকে দেখানো নিষেধ।



প্রতিটি কাগজে একটি করে সংখ্যা লেখা

লুকোচুরি নেই

আপনি ঘোষণা দিলেন, কোনো চালাকি নেই, এই দেখুন, আমি সাদা কাগজগুলোয় যা মনে আসে, তা-ই লিখে দিচ্ছি। মনে করবেন না যে মুখস্থ করা কোনো সংখ্যা লিখছি। এটা সম্ভব নয়। আমাকে মোট ২৭টি সংখ্যা লিখতে হবে। এদের প্রতিটি চার অঙ্কের সংখ্যা। আপনারাই বলুন, এত সংখ্যা কি মুখস্থ করা সম্ভব?

তিন সেট কাগজ। প্রতি সেটে আছে নয়টি করে সাদা কাগজ। আপনি একটি সেট নিন। এর নয়টি কাগজের প্রতিটিতে ৪ অঙ্কের একটি করে সংখ্যা লিখুন। এর পর দ্বিতীয় ও তৃতীয় সেটের কাগজগুলোতেও একইভাবে একটি করে সংখ্যা লিখুন।

প্রথম সেটের সংখ্যাগুলো হলো : ৫৭৬২ ৩৮৯০ ৪২৮৬ ৫৭৭১ ৩৯৭১ ৬১৮৫ ৯৪৫২ ৭৪৮১ ও ২৯১৮।

দ্বিতীয় সেটের সংখ্যাগুলো : ৭৯৪৩ ৮৬০৯ ৫৩৮৭ ৩৯৮৩ ৬৪৮৫ ৯৫৮১ ২৭৮৬ ৪৯৭৩ ও ১৯৭৬।

এবং তৃতীয় সেটের সংখ্যাগুলো : ৮৪৩২ ৩৭৪৩ ৬৮২১ ৯৩২৩ ২৮১৬ ৭৪১৫ ১৯৩৪ ৫৩৭২ ও ৪৭৫১।

এবার সেট তিনটি আলাদা তিনটি খামে রাখুন। প্রতিটি খামে নয়টি করে কাগজের প্রতিটিতে চার অঙ্কের একটি করে সংখ্যা লেখা আছে।

দর্শকদের সম্পৃক্ত করুন

আপনি দর্শকদের মধ্য থেকে যেকোনো তিনজন আগ্রহী দর্শকের হাতে তিনটি খাম তুলে দিন। মনে করা যাক, প্রথম সেট নিয়েছেন ক, দ্বিতীয় সেট খ এবং তৃতীয় সেট গ। এবার দর্শকদের মধ্য থেকেই তিনজন আগ্রহী তরুণকে বললেন তাঁরা যেন ক, খ এবং গ-এর কাছে গিয়ে তাঁদের প্রত্যেকের প্যাকেটে যে নয়টি করে কাগজ আছে, সেখান থেকে চোখ বন্ধ করে একটি করে কাগজ বের করে হাতে নেন। এখন তিন তরুণের হাতে একটি করে কাগজ। সেই কাগজে লেখা আছে চার অঙ্কের একটি করে সংখ্যা। তরুণদের বলুন, তাঁরা যেন প্রত্যেকে হাতের কাগজে লেখা সংখ্যার যেকোনো একটি করে অঙ্ক সবাইকে শুনিয়ে ঘোষণা করেন।

আপনি এই ফাঁকে সবাইকে স্মরণ করিয়ে দিলেন যে, খামে ভরা প্যাকেটগুলো কোনো বাছবিচার না করে, যিনি আগ্রহী তাঁকেই দেওয়া হয়েছে এবং সেই প্যাকেট থেকে একটি কাগজ দৈবচয়ন পদ্ধতিতেই নেওয়া হয়েছে। এখানে কোনো কারসাজি নেই, কাউকে প্রভাবিত করারও উপায় নেই। সবটাই একেবারে সবার চোখের সামনে মুক্ত পরিবেশে চলছে।

এখানে নির্বাচিত তরুণদের বিশেষভাবে স্মরণ করিয়ে দিতে হবে যে কাগজে লেখা সংখ্যার অঙ্কগুলো একে একে ঘোষণার সময় কোনো ক্রম অনুসরণের প্রয়োজন নেই। উল্টোপাল্টাভাবে বলতে পারবে। যেমন, প্রথমে তৃতীয় অঙ্ক, এরপর প্রথম বা দ্বিতীয় অঙ্ক, যার যা খুশি বলতে পারে। তবে একটি অঙ্ক দুবার বলা যাবে না।

চূড়ান্ত পর্ব

ধরা যাক, তাঁরা ক, খ এবং গ-এর কাছ থেকে যে তিনটি কাগজ নিয়েছেন, তাতে লেখা আছে যথাক্রমে ৪২৮৬, ৯৫৮১ ও ৫৩৭২। এখন তাঁরা একটি করে অঙ্ক ঘোষণা করবেন। ধরা যাক, তাঁরা ক, খ এবং গ-এই ক্রম অনুসারে বললেন ২, ৮ ও ৫। আপনি সেই সংখ্যা লিখলেন, ২, ৮, ৫ (২৮৫)। এর পর আপনি তাদের আবার অন্য একটি করে অঙ্ক বলতে অনুরোধ করলেন। তাঁরা এবার আগের অঙ্কটি বাদ দিয়ে বললেন, ৪, ১ ও ৩। আপনি ২৮৫-এর নিচে একই ক্রম অনুসারে লিখলেন ৪১৩। এভাবে আরও দুবারে অবশিষ্ট দুটি সংখ্যা লিখলেন। আপনি পেলেন তিন অঙ্কের চারটি সংখ্যা।

এবার তরুণ ও চৌকস কোনো দর্শককে সংখ্যা চারটির যোগফল বের করতে বলুন। প্রাপ্ত যোগফলটি তিনি সরবে ঘোষণা করলেন। যোগফল ২২৪৭।

ক	খ	গ
২	৮	৫
৪	১	৩
৬	৯	২
৮	৫	৭
২২	৪	৭

বিস্ময়ের পালা

আপনি এখন যান প্রথম সারির সেই ব্যক্তির কাছে, যাঁকে আপনি শুরুতেই মুখ বন্ধ করা খামটি দিয়েছিলেন। তাঁকে বলুন তিনি যেন খামটা খুলে দেখেন তাতে কত লেখা আছে। তিনি খাম খুলে কাগজ হাতে নিয়ে বিস্ময়ে বাকরুদ্ধ। আরে, এ যে সেই একই সংখ্যা, ২২৪৭!

অসাধারণ! অসাধারণ! সবাই আনন্দে ফেটে পড়ছেন। আপনি মাথা নুইয়ে সবাইকে অভিবাদন জানালেন।

সবাই আনন্দে ফেটে পড়ছে

আগেই কীভাবে জানলেন

মনোযোগ দিয়ে লক্ষ করলে দেখবেন, প্রতিটি সেটের নয়টি করে চার অঙ্কের সংখ্যার প্রতিটি এমনভাবে লেখা হয়েছে যে তাদের অঙ্কগুলোর যোগফল একটি অভিন্ন সংখ্যা। যেমন, প্রথম সেটের সব সংখ্যারই অঙ্ক চারটির যোগফল ২০, দ্বিতীয় সেটের নয়টি সংখ্যারই অঙ্কগুলোর যোগফল ২৩ এবং তৃতীয় সেটের নয়টি সংখ্যার প্রতিটিরই চারটি অঙ্কের যোগফল ১৭। অভিন্ন সমষ্টির সংখ্যা লেখা মোটেও কঠিন নয়। একের পর এক অঙ্ক লেখার সময়ই মনে মনে যোগ করে অভীষ্ট যোগফলে পৌঁছাতে হবে।

এখন এটা নিশ্চিত যে, গ-এর কাছ থেকে যেকোনো কাগজই নেওয়া হোক না কেন, তাতে লেখা সংখ্যার চারটি অঙ্কের যোগফল হবে ১৭। তাই এই স্তম্ভের নিচে যোগফলের শুধু ৭ বসবে এবং হাতে থাকবে ১। এবার আসুন খ-এর স্তম্ভে। এর যোগফল জানাই আছে, ২৩। এর ৩-এর সঙ্গে হাতের ১ যোগ করে বসবে ৪, হাতে থাকবে ২। বাকি থাকল ক-এর স্তম্ভ। এর যোগফল ২০, এর সঙ্গে যোগ হবে হাতের ২, অর্থাৎ ২২। মোট যোগফল ২২৪৭।

আপনি যেভাবে কৌশলে তিন প্যাকেট কাগজে ২৭টি সংখ্যা লিখেছেন ও যে কৌশলে সংখ্যাগুলো যোগ করেছেন, তার ফল সব সময়ই ২২৪৭ হবে, প্যাকেটগুলো থেকে যে কাগজই বের করা হোক না কেন। তাই আপনি জাদু দেখানোর শুরুতেই উত্তরটি লিখতে পেরেছেন। অন্যদের পক্ষে এই রহস্য ধরা খুব কঠিন।

যোগ-বিয়োগের জাদু

আপনি দর্শকদের কাউকে বললেন, আরে, আপনি তো লটারি জিতেছেন! বলুন তো কত টাকা পেয়েছেন? দর্শক হতবাক। কারণ, লটারিতে টাকা পাওয়ার সৌভাগ্য তাঁর কখনো হয়নি।

আপনি তাঁকে বললেন, ঠিক আছে, মনে করুন কিছু টাকা লটারিতে পেয়েছেন। কত পেতে চান? খুব বেশি, না কম? লটারিতে পাওয়া টাকার পরিমাণ হিসেবে তাঁকে যেকোনো একটি সংখ্যা মনে মনে ধরতে বলুন। সংখ্যাটি তিনি গোপন রাখবেন, কাউকে বলবেন না। যেহেতু তাঁকে ওই সংখ্যা নিয়ে কিছু যোগ-বিয়োগ করতে হবে, তাই তাঁকে অল্প পরিমাণ টাকার সংখ্যা ধরতে বলুন। তিনি মনে মনে কত টাকা ধরেছেন, তা অন্য কেউ জানে না।

এবার তাঁকে কল্পিত টাকার পরিমাণ দ্বিগুণ করতে বলুন। আপনি তাঁকে আরও ১ হাজার টাকা যোগ করতে বলুন। এই টাকা আপনি তাঁকে দিয়েছেন বলে ধরে নেওয়ার অনুরোধ জানান। এখন পর্যন্ত সব হিসাব অবশ্য কাগজে-কলমেই।

এবার আপনি তাঁকে মোট টাকার পরিমাণকে দুই দিয়ে ভাগ করে কল্পিত লটারির পুরস্কারের টাকা বিয়োগ করতে বলুন।

এখন চূড়ান্ত পর্ব। আপনি জাদুর কাঠি শূন্যে তিনবার ঘুরিয়ে দর্শককে বলুন, আপনার হিসাবের খাতায় এখন ৫০০ টাকা রয়েছে, তাই না? এই টাকা তো আপনারই হওয়া উচিত। দেখা যাক আপনার পকেটে আছে কি না?

এই বলে দর্শকের পকেট থেকে ৫০০ টাকার একটি কড়কড়ে নোট বের করে তাঁর হাতে দিন।

দর্শক হতবাক; কারণ, তাঁর হিসাবে শেষ পর্যন্ত ৫০০ টাকাই অবশিষ্ট থাকার কথা!

এই যে আপনার হিসাবের ৫০০ টাকা

কীভাবে জানলেন কত টাকা থাকবে

এটা সাধারণ হিসাব। মনে করুন, দর্শক টাকার সংখ্যা ধরেছিলেন ক। এর দ্বিগুণ করে হলো ২ক টাকা। এর সঙ্গে আপনি ১ হাজার বা ২ হাজার বা যে-সংখ্যক টাকাই যোগ করুন না কেন, কিছু যায় আসে না। কারণ, মোট যোগফলকে দুই দিয়ে ভাগ করার পর থাকবে,

ক + (আপনার প্রদত্ত টাকার অর্ধেক)।

এর পর আপনি দর্শকের মনে মনে ধরা গোপন সংখ্যা ক বাদ দিতে বললেন। এখানেই আসল চালাকি। দর্শক যে সংখ্যা ধরেছিলেন, সেটা বাদ হয়ে গেল। সুতরাং লটারির টাকার পরিমাণ আপনার জানার দরকার আর রইল না। কিন্তু বিষয়টি এমনভাবে করা হলো যে, দর্শকেরা ধাঁধায় পড়ে গেলেন, বুঝতেও পারলেন না যে তাঁদের দিয়েই সবকিছু করিয়ে নেওয়া হয়েছে।

এর পর দর্শকের হাতে শুধু আপনার প্রতিশ্রুত টাকার অর্ধেকই তো থাকার কথা। যেহেতু আপনি ১ হাজার টাকা দেওয়ার কথা বলেছিলেন, তাই এটা স্বাভাবিক যে আপনার নির্দেশনা অনুসরণ করার পর দর্শকের কাছে ১ হাজার টাকার অর্ধেক, ৫০০ টাকাই থাকবে। সেই টাকা যে আপনি দর্শকের পকেট থেকে বের করে দেখালেন, সেটা আপনার হাতসাফাই মাত্র। এই জাদু দেখাতে গিয়ে আপনি ৫০০ টাকা খোয়ালেন!

ঘনমূল নিয়ে জাদু

বড় বড় সংখ্যার ঘনমূল একনিমেষেই বের করে দেওয়ার বিশেষ জাদু জানেন বলে আপনি ঘোষণা করুন। বন্ধুরা তা মানবে কেন? সবাই বলল, এখনই পরীক্ষা হয়ে যাক।

—বেশ, মনে মনে যেকোনো একটা সংখ্যা ধর।

—ধরেছি। বলব, কত ধরেছি?

—আমাকে বলার দরকার নেই। তুই বরং নিজেই সংখ্যাটার ঘনফল বের কর ক্যালকুলেটর দিয়ে। মানে, তুই যে সংখ্যা ধরেছিস, তাকে সেই সংখ্যাটি দিয়ে পরপর দুইবার গুণ কর।

—করেছি। এ তো বিশাল বড় এক সংখ্যা! বলব, কত?

—বল দেখি।

—৩,৮৯,০১৭

—তুই ধরেছিলি ৭৩। মানে, তোর এই বিশাল সংখ্যাটির ঘনমূল ৭৩। কী, ঠিক কি না?

—আরে তাই তো! তুই যে একেবারে মানব ক্যালকুলেটর! ধন্য, ধন্য, ধন্য!

কীভাবে বের করবেন

এই চমকপ্রদ দক্ষতা অর্জনের জন্য আপনাকে প্রথমে ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর ঘনফল খুব ভালোভাবে মনে রাখতে হবে।

ঘনফল

$(১)^৩$	=	১
$(২)^৩$	=	৮
$(৩)^৩$	=	২৭
$(৪)^৩$	=	৬৪
$(৫)^৩$	=	১২৫
$(৬)^৩$	=	২১৬
$(৭)^৩$	=	৩৪৩
$(৮)^৩$	=	৫১২
$(৯)^৩$	=	৭২৯
$(১০)^৩$	=	১০০০

১ থেকে ১০-এর ঘনফল

প্রথম দেখুন, হাজার পর্যন্ত সংখ্যাটি ১ থেকে ১০-এর মধ্যে কোন দুটি সংখ্যার ঘনফলের মধ্যবর্তী অংশে পড়ে। আপনার সামনে রয়েছে ৩ লাখ ৮৯ হাজার + ..., অর্থাৎ ঘনফলটি ৩৮৯ হাজারের ঘরে রয়েছে। এই সংখ্যাটি ওপরের তালিকা অনুযায়ী স্পষ্টতই ৭-এর ঘনফলের চেয়ে বড় ও ৮-এর ঘনফলের চেয়ে ছোট। কারণ $(৭)^৩$ = ৩৪৩, যা নির্ণেয় সংখ্যার লাখ ও হাজারের ঘরের অংশ ৩৮৯-এর চেয়ে ছোট। অন্যদিকে $(৮)^৩$ = ৫১২, যা নির্ণেয় পূর্বোক্ত সংখ্যার চেয়ে বড়। সুতরাং, এটা নিশ্চিত যে নির্ণেয় ঘনমূল ৭০-এর ঘরে পড়বে, অর্থাৎ, ৭০ ও ৮০-এর মাঝখানের কোনো সংখ্যা হবে। আমরা দেখছি, ঘনসংখ্যাটির শেষ অঙ্কটি ৭। ওপরের সারণিতে দেখা যাচ্ছে, ৩-এর ঘনফল ২৭, যার শেষ অঙ্কটি ৭। সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যাটি ৭৩।

দুটি বৈশিষ্ট্য

১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যার ঘনফলের শেষ অঙ্কগুলো লক্ষ করুন। ০ থেকে ৯ পর্যন্ত অঙ্কগুলো শুধু একবার করেই রয়েছে, একাধিকবার নেই। ফলে, শেষ

অঙ্ক দিয়ে ঘনমূলের শেষ ঘরের অঙ্কটি সুনির্দিষ্টভাবে বের করা সম্ভব।

দ্বিতীয়ত, যেকোনো সংখ্যার ঘনমূলের শেষ অঙ্কটির ঘনফল, ঘনমূল সংখ্যাটির ঘনফলের শেষ অঙ্কের ঘনফলের সমান। যেমন, ৫১২-এর ঘনমূল ৮। এ ক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে, ৮-এর ঘনফল ৫১২, যার শেষ অঙ্কটি ২, যার ঘনফল ৮। এই সূত্রের সাহায্যে ঘনমূলের শেষ অঙ্কটি নির্ণয় করা হয়েছে।

আরেকটি ঘনমূল বের করুন

ধরা যাক, ৪,২১,৮৭৫-এর ঘনমূল বের করতে হবে। যেহেতু এর হাজারের ঘরের সংখ্যা, ৪২১-এর অবস্থান $(৭)^৩$ = ৩৪৩-এর চেয়ে বড় ও $(৮)^৩$ = ৫১২-এর চেয়ে ছোট, সুতরাং নির্ণেয় ঘনমূল ৭০-এর চেয়ে বড় ও ৮০-এর চেয়ে ছোট হবে। অর্থাৎ, ঘনমূলের প্রথম অঙ্কটি ৭। দ্বিতীয় সংখ্যাটি হবে ৫, যেহেতু মূল সংখ্যাটির শেষ অঙ্কটি ৫ এবং ৫-এর ঘনফলের শেষ অঙ্কটিও ৫। তাই চট করে বলে দেওয়া যায় যে প্রদত্ত সংখ্যার ঘনমূল ৭৫।

ঘনমূলটি পূর্ণ সংখ্যা হলেই কেবল

এখানে লক্ষ করার বিষয় হলো, শেষ অঙ্ক দিয়ে ঘনমূলের শেষ অঙ্কটি বের করার এই নিয়ম কার্যকর হবে শুধু তখনই, যখন ঘনমূলটি একটি পূর্ণ সংখ্যা। যেমন, যদি ৪,২১,৮৭৮-এর ঘনমূল বের করতে বলা হয়, তাহলে এই নিয়ম খাটবে না। কারণ, এর ঘনমূল হলো ৭৫.০০০১৭৭৭৭৭৪। যেহেতু এটা পূর্ণ সংখ্যা নয়, তাই এর শেষ অঙ্কটি দিয়ে ঘনমূল বের করা যাবে না।

এ কারণেই জাদুর শুরুতে প্রথমে একটি পূর্ণ ঘনসংখ্যা ধরে তারপর এর ঘনমূল বের করতে বলা হয়েছে।

এই জাদুটি সাবধানে দেখাতে হবে। কারণ, চালাকি করে আপনি যদি পূর্ণ ঘনসংখ্যা নিশ্চিত না হয়ে হিসাব করতে যান, তাহলে ধরা খেয়ে যাবেন। যেমন আপনি যদি একই নিয়ম খাটিয়ে ওপরে বর্ণিত ৪,২১,৮৭৮-এর হিসাব করেন, তাহলে ঘনমূল পাবেন ৭২, যা স্পষ্টতই ভুল। $(৭২)^৩$ = ৩,৭৩,২৪৮। তাই প্রথমে আপনার বন্ধুকে একটি সংখ্যার ঘনফল বের করে সেই ঘনফলটি জানাতে বলুন। এরপর আপনার হিসাব শুরু করুন।

বর্গমূল নিয়ে জাদু

আপনি দর্শককে যেকোনো একটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা ধরতে বললেন। ধরা যাক, বর্গসংখ্যাটি ৭৯২১। আপনি চট করে বলে দিলেন, বর্গমূল হলো ৮৯! মনে হয়, এত বড় হিসাব মুখে মুখে করে ফেলা খুব কঠিন, তাই না? কিন্তু একটু চিন্তা করলেই বুঝবেন কত সহজ।

কীভাবে বের করবেন

প্রথমে দেখুন, শতকের ঘরে আছে ৭৯। যেহেতু ৭৯ সংখ্যাটি $(৮)^২ = ৬৪$-এর চেয়ে বড়; কিন্তু $(৯)^২ = ৮১$-এর চেয়ে ছোট, সুতরাং বর্গমূলটি নিশ্চয়ই ৮০-এর ঘরে হবে। এখন হিসাব করে দেখুন, বর্গমূলের শেষ অঙ্কটি কত হলে বর্গসংখ্যাটির শেষ অঙ্কটি ১ হতে পারে। এখানে সমস্যা হলো, দুটি অঙ্কের বর্গের শেষ অঙ্ক ১। যেমন $(১)^২ = ১$ এবং $(৯)^২ = ৮১$। তাই এখানে তুলনামূলক বিচার করতে হবে। সহজ উপায় হলো, এর মাঝামাঝি সংখ্যা ৮৫-এর বর্গ মনে মনে হিসাব করা। $(৮৫)^২ = ৭২২৫$। এটা বের করা খুব সহজ; কারণ, $(৮০ \times ৯০) + ২৫ = ৭২২৫$ (পরবর্তী পৃষ্ঠায় এ ধরনের বর্গসংখ্যা বের করার কৌশল বর্ণনা করা হয়েছে)। যেহেতু এই সংখ্যা প্রদত্ত ৭৯২১-এর চেয়ে ছোট, তাই বর্গমূল নিঃসন্দেহে ৮৯।

বর্গফল বের করার সহজ পদ্ধতি

যেসব সংখ্যার শেষে ৫

বাচ্চাদের কোনো ঘরোয়া অনুষ্ঠানে আপনি গণিতের চমৎকার একটি জাদু দেখাতে পারেন।

প্রথমে তিন তালি দিয়ে সবার দৃষ্টি আকর্ষণ করুন। এবার আহ্বান জানিয়ে বলুন, দেখো, আমি এক জীবন্ত ক্যালকুলেটর। দুই অঙ্কের যেকোনো সংখ্যার বর্গফল চট করে বের করে দিতে পারি। তবে একটা শর্ত, সংখ্যাটির শেষে যেন ৫ থাকে।

কেউ একজন বলল, ৬৫-এর বর্গ কত?

আপনি সঙ্গে সঙ্গে বললেন, ৪২২৫।

আরেকজন ভাবল, আপনাকে একটা বড় সংখ্যার বর্গ ধরে পরীক্ষা করবে। জিজ্ঞেস করল, ৯৫-এর বর্গ কত?

সঙ্গে সঙ্গে আপনি বললেন, ৯০২৫!

—৮৫-এর বর্গ?

—৭২২৫!

এভাবে আপনি ৩৫, ৪৫, ৫৫ ... যেকোনো সংখ্যার বর্গফল মুহূর্তের মধ্যে বলে দিতে পারেন।

কীভাবে আপনি চট করে বর্গফল বলে দিচ্ছেন? আপনি কি মুখস্থ করে রেখেছেন? না, এটা গণিতের একটা কৌশল।

এই কৌশলটি এতই সহজ যে মুহূর্তের মধ্যে আপনি হিসাব করে বর্গফল বের করে দিতে পারবেন। এর জন্য গণিতের বড় বড় হিসাব, ক্যালকুলাস,

বাইনমিয়াল থিয়োরেম বা অন্য কোনো ফর্মুলা জানার প্রয়োজন নেই। এমনকি ক্লাস ফোর-ফাইভের অঙ্ক জানাই যথেষ্ট। শুধু যোগ আর ১ থেকে ৯-এর ঘরের নামতা জানাই যথেষ্ট। এ দিয়েই আপনি দিব্যি দুই অঙ্কের বড় বড় সংখ্যার বর্গফল বের করে ফেলতে পারবেন। শর্ত শুধু একটাই, সংখ্যাটির শেষ অঙ্কটি হতে হবে ৫!

কীভাবে বর্গ করছেন

এখানে কৌশলটি হলো, যে সংখ্যার বর্গ বের করতে চান, তার প্রথম অঙ্কটিকে সেই অঙ্কের সঙ্গে ১ যোগ করে প্রাপ্ত সংখ্যা দিয়ে গুণ করুন। এই গুণফলের পর শুধু ২৫ বসিয়ে দিন। যেমন—

$$(৮৫)^২ = ?$$

প্রথমে ৮-এর সঙ্গে ১ যোগ করে পাই ৯। এবার এই দুটি অঙ্কের গুণফল বের করি, ৮ × ৯ = ৭২, এর পর থাকবে ২৫

$$= ৭২২৫$$

কেন এটা হয়

খুব সোজা। আমরা স্কুলের বীজ গণিতে পড়েছি, $(ক + খ)^২ = (ক)^২ + ২ \times ক \times খ + (খ)^২$। দ্বিঘাত সমীকরণের এই সূত্র কাজে লাগিয়ে বর্গফল বের করা হয়েছে। ৫৫, ৬৫, ৭৫, ৮৫...ইত্যাদি ধরনের যেকোনো সংখ্যার বর্গ করার জন্য এদের প্রত্যেককেই সুবিধাজনকভাবে ক এবং খ-তে বিভক্ত করতে পারি। যেমন, $(৮৫)^২$-এর ক্ষেত্রে আমরা প্রথমে সংখ্যাটিকে $(৮০ + ৫)^২$ হিসেবে লিখে দ্বিঘাত সমীকরণের নিয়মে সমাধান করেছি। এখানে ৮০-এর বর্গ বের করা খুব সহজ; ৮-এর বর্গের শেষে দুটি শূন্য বসিয়ে দিলেই হয়। এর পর ২ × ৮০ × ৫, অর্থাৎ ৮০ × ১০। প্রথম দুটি পদের যোগফল হবে (৮০ × ৮০) + (৮০ × ১০) = ৮০ × (৮০ + ১০) = (৮০ × ৯০) = ৮ × ৯ × ১০০ = ৭২০০। এর পর যখন ৫-এর বর্গ = ২৫ যোগ হবে, তখন আসলে ৭২-এর পর শুধু ২৫ বসিয়ে দিলেই হয়। সহজে বোঝার জন্য হিসাবটা আমরা এভাবে সাজাতে পারি :

$$(৮৫)^২$$

দ্বিঘাত সমীকরণে সাজিয়ে, $= (৮০+৫)^২$

$$= (৮০)^২ + ২ \times ৮০ \times ৫ + ৫^২$$

$$= (৮০ \times ৮০) + (১০ \times ৮০) + (৫)^২$$

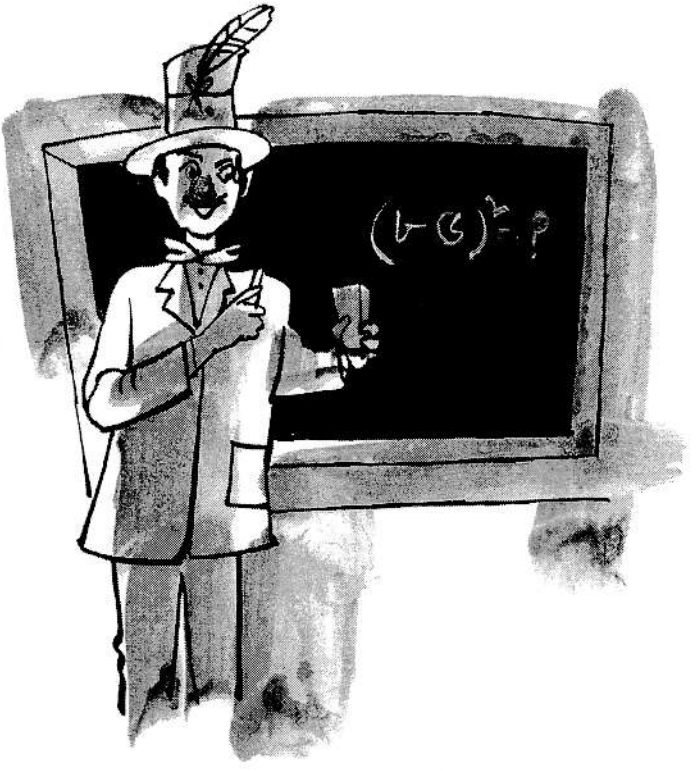
$$= ৮০ \times (৮০ + ১০) + (৫)^২$$

$$= ৮০ \times ৯০ + (৫)^২$$

$$= ৮ \times ৯ \times ১০০ + (৫)^২$$

$$= ৭২০০ + ২৫$$

$$= ৭২২৫$$



চোখের নিমেষে বর্গফল

গুণ করুন হেসে-খেলে

আপনি বন্ধুদের কাছে চ্যালেঞ্জ ছুড়ে দিয়ে বলুন, আমি এক নিমেষে যেকোনো সংখ্যাকে ১১ দিয়ে গুণ করতে পারি।

একজন বন্ধু আপনাকে প্রশ্ন করল, বল তো, ৬৩ × ১১ = ?

আপনি সঙ্গে সঙ্গে, এক মুহূর্ত দেরি না করে বলে দিলেন, ৬৯৩!

আরেক বন্ধু প্রশ্ন করল, ৭২ × ১১ = ?

সঙ্গে সঙ্গে আপনার উত্তর, ৭৯২!

— ৫১৬ × ১১ = ?

— ৫৬৭৬!

সবাই অবাক। অবাক হওয়ারই কথা। আপনি ক্যালকুলেটরের চেয়েও দ্রুত গতিতে বড় বড় গুণফল বের করে ফেলছেন।

কীভাবে করলেন

শুধু যোগ করেই এই বিরাট গুণফল বের করা যায়। যেমন, ৬৩ × ১১ এই গুণফল বের করতে হবে। ১১ সংখ্যাটি আপাতত মনে না রাখলেও চলবে। এই জাদুর গুণের জন্য ১১-এর কোনো দরকারই নেই। শুধু ৬ ও ৩-এর যোগ ফল বের করুন :

৬ + ৩ = ৯

এবার আরামসে ৬ ও ৩-এর মাঝখানে ৯ বসিয়ে দিন। ব্যস, আপনার গুণফল পেয়ে গেলেন :

৬৩ × ১১ = ৬৯৩!

আপনি যদি ৭২-কে ১১ দিয়ে গুণ করতে বলা হয় :

৭২ × ১১ = ?

একই নিয়মে যোগফল বের করুন :

৭ + ২ = ৯

সুতরাং আপনার গুণফল :

৭২ × ১১ = ৭৯২

যদি সংখ্যাটি আরও বড় হয়

ধরা যাক একটি বড় গুণফল বের করতে বলা হলো :

৭৬ × ১১ = ?

নিয়ম অনুযায়ী যোগ করতে গিয়ে আপনি আটকে গেলেন, কারণ :

৭ + ৬ = ১৩

যা দুই অঙ্কের সংখ্যা হওয়ায় আগের নিয়মে ৭ ও ৬-এর মাঝখানে বসিয়ে দিলে গুণফল মিলবে না। কিন্তু এ সমস্যারও ওষুধ আছে। প্রথমে আগের নিয়মে ৭ ও ৬-এর মাঝখানে শুধু ৩ বসান, হাতে থাকল ১, যা ৭-এর সঙ্গে যোগ করে হবে ৮ :

```
  ৭ ৩ ৬   (৭ + ৬ = ১৩-এর ৩ বসবে, হাতে থাকবে ১)
+ ১
 ---------
  ৮ ৩ ৬
```

তেমনি, যদি প্রশ্ন হয় : ৮৭ × ১১ = ?

আপনার উত্তর হবে : ৮৭ × ১১ = ৯৫৭

আরও বড় সংখ্যা হলে

আপনার মনে একটা প্রশ্ন ঘুরছে, ২ অঙ্কের গুণ তো সহজ, একই নিয়ম কি ৩ অঙ্কের সংখ্যার ক্ষেত্রে খাটবে? হ্যাঁ, তা-ও চলবে, তবে সামান্য রদবদল

করে। এখানে মনে রাখতে হবে যে এই নিয়ম শুধু ১১ দিয়ে গুণের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। ধরা যাক, আপনাকে প্রশ্ন করা হলো :

$$৫১৬ \times ১১ = ?$$

এখানেও গুণফলের শুরুতে ৫ ও শেষে ৬-ই থাকবে। তবে মাঝখানে বসবে দুটি আলাদা যোগফল :

যেহেতু ৫ + ১ = ৬ ও ১ + ৬ = ৭, তাই উত্তরটি হলো :

$$৫১৬ \times ১১ = ৫৬৭৬!$$

এভাবে যেকোনো বড় সংখ্যাকে ১১ দিয়ে সহজেই গুণ করা যায়।

কেন এটা হয়?

এর ব্যাখ্যা খুব সহজ। পাটিগণিতে আমরা যেভাবে গুণ করি, ঠিক সেইভাবে এখানে গুণফল বের করা হয়েছে একধরনের সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে। পাটিগণিতের নিয়মে ১১ দিয়ে কোনো সংখ্যাকে গুণ করার সময় আমরা দুই সারিতে গুণফল লিখে রাশিগুলো যোগ করেই গুণফল বের করি। লক্ষণীয় যে ১ দিয়ে গুণ করলে গুণফল সেই সংখ্যাই থাকে, তবে দ্বিতীয় সারিতে সংখ্যাটিকে এক ঘর বাঁয়ে সরিয়ে লিখি। এ কারণে গুণফলে প্রথম ও শেষ অঙ্ক দুটি একই থাকে, শুধু মাঝখানের অঙ্কগুলো পরস্পর যোগ করে বের করা হয়। এখানে সেই পদ্ধতিটিই চালাকি করে ব্যবহার করা হয়েছে।

কীভাবে এ পদ্ধতিগুলো শিখেছি

গণিতের এ কলাকৌশল বিভিন্ন বই ও ওয়েবসাইটে পাওয়া যায়। তবে আমার নিজের ছাত্রজীবনের অভিজ্ঞতা থেকেও আমি অনেক কৌশল শিখেছি।

বিগত শতাব্দীর পঞ্চাশের দশকের কথা। ঢাকার গোপীবাগে রামকৃষ্ণ মিশন স্কুলে আমি তখন পঞ্চম বা ষষ্ঠ শ্রেণীতে পড়ি। একদিনের ঘটনা। ক্লাসসুদ্ধ সবাই ভয়ে তটস্থ হয়ে আছে। আমাদের ক্লাসটিচার ভবেন স্যার সেদিন পাটিগণিতের নামতা ধরবেন। তাঁর পড়ানোর পদ্ধতিটা ছিল

অসাধারণ। কোনো দিন ইংরেজি, কোনো দিন বাংলা, আবার কোনো দিন পাটিগণিত পড়াতে শুরু করতেন। তাঁর একবার ধারণা হলো, আমরা সবাই অঙ্কে কাঁচা। তিনি বললেন, পরদিন ১ থেকে ১০-এর ঘরের নামতা মুখস্থ করে আসতে হবে। তিনি মুখস্থ বলতেন না, বলতেন 'ঠোঁটস্থ'। উত্তর থাকতে হবে ঠোঁটের ডগায়। নামতা ধরামাত্রই উত্তর দিতে হবে। উঁ-আঁ করলে চলবে না। ১০-এর ঘর পর্যন্ত নামতার পরীক্ষায় আমরা অনায়াসে পার হলাম। পরদিন বললেন, ১১ থেকে ২০-এর ঘরের নামতা মুখস্থ করতে। সেটাও কোনো রকমে পার হলাম। কিন্তু তার পরদিন তিনি বললেন, ২১ থেকে ৩০-এর ঘরের নামতা মুখস্থ করে আসতে হবে। আমাদের মাথায় বাজ পড়ল। এটা কীভাবে সম্ভব? তিনি একে একে নামতা ধরতে শুরু করলেন। বলো, ২৩-২৭ অং (অর্থাৎ ২৩ × ২৭) কত? গোবেচারা ধরনের প্রথম ছেলেটিকে জিজ্ঞেস করতেই সে বাকরুদ্ধ হয়ে পড়ল। সঙ্গে সঙ্গে তাকে বাইরের বারান্দায় কানে ধরে হাফ নিলডাউন হয়ে থাকার আদেশ দেওয়া হলো। এই শাস্তিটি বড় কঠিন। পুরোপুরি নিলডাউন নয়। হাঁটুর ওপর ভর দিয়ে থাকা যাবে না। অর্ধভঙ্গ অবস্থায়, না-বসা না-দাঁড়ানো, এরকম অবস্থায় ভারসাম্য রক্ষা করাই কঠিন। তা-ও সে অবস্থায় থাকতে হবে পরবর্তী আদেশ না দেওয়া পর্যন্ত।

পরের জনকে স্যার ধরলেন, বল ২৫-২৯ অং (অর্থাৎ ২৫ × ২৯) কত? একই অবস্থা। হাফ নিলডাউন। এভাবে পুরো ক্লাসই বারান্দায় হাফ নিলডাউন! আমরা কয়েকজন কিছু কিছু মুখস্থ করে এসেছিলাম। দ্বিতীয় ধাপে আবার বারান্দায় নামতা ধরা শুরু করলে আমাদের কেউ কেউ ভাগ্যক্রমে উত্তরটা মুখস্থ বলে দিতে পারলাম। তবে দু-তিনজনের বেশি কেউ সেদিন এ ভয়াবহ মুখস্থ বিদ্যার পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হতে পারিনি।

ব্যাপারটা আমাকে খুব ভাবিয়ে তুলল। আমার বড় ভাই, প্রয়াত আবদুল হালিম ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ে গণিতে মাস্টার্স করছিলেন। গেলাম তাঁর কাছে। তিনি বললেন, মুখস্থ করার দরকার নেই। একটা কৌশল তিনি শিখিয়ে দিলেন। যেমন, ২৪-কে ২৯ দিয়ে গুণ করতে হবে। প্রথমে শেষ দুটি অঙ্কের গুণফল বের করি। এ ক্ষেত্রে ৪ × ৯ = ৩৬। ৩৬-এর শেষ অঙ্ক, এখানে ৬, মনে রাখি, অথবা একটি কাগজে লিখে রাখি, আর হাতে রাখি ৩। এবার ২৪ ও ২৯-এর অঙ্ক চারটির আড়াআড়ি গুণফল যোগ করি ও তার সঙ্গে যোগ করি হাতের ৩। হিসাবটা দাঁড়াল এরকম, ২ × ৯ + ৪ × ২ + ৩ = ২৯। এবারও এই যোগফলের শেষ অঙ্কটি আগের মনে রাখা, অথবা লিখে রাখা ৬-এর বাঁ

পাশে বসাই। হলো ৯৬, হাতে থাকল ২। তৃতীয় ধাপে সংখ্যা দুটির প্রথম অঙ্কগুলোর গুণফলের সঙ্গে হাতের ২ যোগ করে পাই ৬ এবং এটা আগের সংখ্যাটির বাঁ পাশে বসিয়ে পুরো গুণফল পাই ৬৯৬। মুখে মুখে গুণ করার এ পদ্ধতি কয়েক দিন চর্চা করার পর আমি বড় বড় গুণফল মুখে মুখে হিসাব করে বের করার দক্ষতা অর্জন করি।

এ পদ্ধতি আসলে নতুন কিছু নয়। আমরা যেভাবে দুই বা তিন ধাপে গুণ করে পরে যোগ করে ফল বের করি, এটা ঠিক একই ব্যাপার, তবে গুণ আর যোগটা মনে মনে করে একেবারে মনের মধ্যে গেঁথে রাখি (সেইভ করি), অথবা কাগজে টুকে রাখি। সামান্য চেষ্টাতেই পদ্ধতিটা রপ্ত করা যায়।

এই পদ্ধতিতে যেকোনো সংখ্যাকে সহজেই ১১ বা ১১১ দিয়ে গুণ করা যায়। কারণ, এ ক্ষেত্রে প্রতি ধাপে ১ দিয়ে গুণ করলে যেহেতু ওই সংখ্যাই পাওয়া যায়, তাই শুধু প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কগুলো নির্দিষ্ট ধারায় যোগ করে করে সহজে গুণফল বের করা যায়।

এ পদ্ধতি শেখার পর থেকে আমি আর কখনো কিছু মুখস্থ করে শেখার চেষ্টা করিনি। সব সময় পদ্ধতিটা ভালোভাবে বুঝে নিতাম। এভাবে আমি গণিতের এক নতুন জগতে প্রবেশ করলাম। সবকিছু আমার আয়ত্তে এসে গেল।

অবশ্য গণিতের বড় বড় সমস্যা নিয়ে কাজ করার জন্য মূল কিছু তত্ত্বের প্রমাণ ও সিদ্ধান্ত মনে রাখা দরকার। কিন্তু সেটা মুখস্থ বিদ্যা নয়। যুক্তি দিয়ে বুঝে নিতে পারলে সবকিছু সহজ হয়ে আসে। মুখস্থ বিদ্যা মস্তিষ্কের ক্ষমতাকে একটি ছকে আটকে ফেলে। তখন আর সৃজনশীল কিছু করা সম্ভব হয় না। মুখস্থ বিদ্যার বন্ধ ঘরের একটা জানালা খুলে বেরিয়ে আসতে পারাটা আমার জন্য ছিল এক বড় আশীর্বাদ। ছোটবেলায় যুক্তি দিয়ে গণিত শেখার সুফল পেয়েছি বড় হয়ে। বিশ্ববিদ্যালয়ে পড়ার সময়। গণিতের জটিল ও কঠিন সমস্যাগুলোর সমাধান খুব সহজ মনে হতো। সেটা ছিল মনের আনন্দের একটা বড় উৎস।

বর্গসংখ্যার জাদু

বলুন তো কে

অনি ও রিনি দুই বন্ধু। দুজনেই গণিতে পাকা। সব সময় ওরা গণিতের ধাঁধা নিয়ে খেলতে ভালোবাসে। একদিন আপনি কাছে থেকে শুনলেন, দুই বন্ধু গণিতের ভাষায় কথা বলছে। অনি বলল, ৪। রিনি বলল, ১৬। এর উত্তরে অনি বলল, ৬৪। রিনি বলল, ২৫৬। অনি বলল, ১০২৪।

আপনি রিনির বড় ভাই। ঘরে আপনার টেবিলে বসে নিজের পড়া পড়ছেন। কানে আসছে ওদের কথাবার্তা। ওরা গণিতের ভাষায় কথা বলছে। আপনি কি বুঝতে পারছেন ওদের কথা?

একটু মনোযোগ দিয়ে শুনলে লক্ষ করবেন, অনি যে সংখ্যা বলছে, রিনি তার ৪ গুণ একটি সংখ্যা ফিরিয়ে দিচ্ছে। আরও লক্ষ করার বিষয় যে এই সংখ্যা-খেলার শুরুতে ছিল ৪, যা একটি বর্গসংখ্যা। $২ \times ২ = ৪$। এবং অনি ও রিনি প্রত্যেকেই প্রতিবার একে অপরের সংখ্যাকে সেই বর্গসংখ্যা ৪ দিয়ে গুণ করছে। সুতরাং দুটি বর্গসংখ্যার গুণফলগুলোও এক-একটি বর্গসংখ্যা।

প্রতিবার ৪ দিয়ে গুণ করায় খুব শিগগির তাদের সংখ্যাগুলো বিরাট আকার ধারণ করতে থাকে। এ সময় আপনি কোনো কাজে পাশের ঘরে গেছেন। ওদিকে অনি ও রিনি গণিতের ভাষায় পরস্পরের উত্তর দিচ্ছে। কিছুক্ষণ পর আপনি ফিরে আসার সময় দরজার বাইরে থেকেই শুধু শুনলেন, একজন একটি বিশাল বড় সংখ্যা বলছে।

বিরাট সংখ্যাটি হলো, ৪১ কোটি ৯৪ লাখ ৩০৪! আপনি শুধু সংখ্যাটা শুনেছেন, কিন্তু জানেন না ওটা কে বলেছে।

এ সময় রিনি চেঁচিয়ে উঠল, বলো তো ভাইয়া, শেষ সংখ্যাটা কে বলেছে, আমি না অনি?

আপনি একটু চিন্তা করেই বলে দিলেন, এই বিরাট বড় সংখ্যাটি বলেছে অনি!

কীভাবে বলতে পারলেন

অনি ও রিনি যখন গণিতের ভাষায় কথা বলছিল, তখন আপনি মনোযোগ দিয়ে তাদের কথার ধরন পর্যবেক্ষণ করছিলেন। সে জন্য আপনি মুহূর্তের মধ্যেই বলে দিতে পেরেছেন ওই বিশাল সংখ্যা কার মুখ থেকে উচ্চারিত হয়েছে।

খুব সোজা বিষয়। অনি ও রিনির কথাগুলো লক্ষ করলে তাদের মধ্যে পার্থক্য চিহ্নিত করার মতো দুটি বৈশিষ্ট্য সহজেই ধরা পড়বে। দুজনের কে কত বড় সংখ্যা বলছে, সেটা আপনার বিবেচ্য নয়। আপনি শুধু দেখুন সংখ্যাগুলোর এককের ঘরের, অর্থাৎ সবচেয়ে ডান পাশের অঙ্কটি কত। সেখানে ৪ থাকলে সেটা বলছে অনি আর ৬ থাকলে বলছে রিনি। প্রথম কয়েকটা সংখ্যার ধারা লক্ষ করলেই এটা বোঝা যায়। সুতরাং যত বড় সংখ্যাই হোক, একবার শুনেই বলা যায় সেটা কে বলেছে।

আমাদের আলোচ্য ধাঁধায় যেহেতু শেষ অঙ্কটি ৪, তাই সংখ্যাটি উচ্চারিত হয়েছে অনির কণ্ঠে। এখানে লক্ষ করলে দেখা যাবে, সংখ্যাটি একটি পূর্ণ বর্গ, যার বর্গমূল ২০৪৮।

এসব ক্ষেত্রে বিজ্ঞানমনস্ক হতে হয়। কারণ, ছেলেমেয়েরা খেলছে, কিন্তু আপনি এর মধ্যেও হিসাব-নিকাশের সম্ভাব্যতা মনে মনে ভাবছেন। তা না হলে চট করে এ রকম ধাঁধার উত্তর দেওয়া সম্ভব নয়। বিজ্ঞানমনস্ক মানুষের সুবিধা হলো, তাঁদের মন সবকিছুতেই অসামান্য কিছুর সন্ধান পায়। তাই কোনো কিছুই তাঁদের তীক্ষ্ণ পর্যবেক্ষণের বাইরে থাকে না।

বিশাল বড় সংখ্যার বৈশিষ্ট্য

মুখে মুখে হিসাব

গণিতের বিশাল বড় সংখ্যা নিয়ে নাড়াচাড়া করার মধ্যে বেশ আনন্দ আছে। প্রায় সাড়ে তিন শ বছর আগে দুই ফরাসি গণিতবিদ মারসেঁ (Mercenne) ও ফারমা (Fermat) গণিত নিয়ে মতবিনিময় করছিলেন। মারসেঁ কথা প্রসঙ্গে ফারমাকে এক বিশাল বড় সংখ্যা ১০০,৮৯৫,৫৯৮,১৬৯-এর এমন দুটি উৎপাদক বের করতে বললেন, যেন সংখ্যা দুটি প্রাইম নম্বর হয়। এখানে আমরা স্মরণ করতে পারি যে প্রাইম নম্বর হলো ১-এর চেয়ে বড় এমন কোনো পূর্ণ সংখ্যা (ন্যাচারাল নাম্বার), যা ১ ও সেই সংখ্যা ছাড়া অন্য কোনো সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য নয়। আপাত-অসম্ভব মনে হলেও ফারমা চট করে উত্তর বের করে ফেললেন। তিনি বললেন, উৎপাদক দুটি হলো ১১২,৩০৩ ও ৮৯৮,৪২৩।

$$১১২৩০৩ \times ৮৯৮৪২৩ = ১০০,৮৯৫,৫৯৮,১৬৯$$

তিনি জানালেন, এই উৎপাদক দুটি প্রাইম নম্বর, অর্থাৎ এমন যে ১ ও ওই সংখ্যাগুলো ছাড়া ওদের অন্য কোনো উৎপাদক নেই। এই সমাধান বের করা খুব সহজ ব্যাপার নয়।

ফারমা কীভাবে কথা বলার ফাঁকে ফাঁকে নিজের মনে হিসাব করে বিশাল সংখ্যার দুটি উৎপাদক বের করেছিলেন, তা আমরা জানি না। কিন্তু এটা জানি যে কিছু কৌশল প্রয়োগ করে গণিতের বড় বড় হিসাব অনায়াসে বের করা সম্ভব। তখন একে জাদু বলে মনে হয়।

আমাদের তরুণ গণিতবিদেরা এ ধরনের জটিল বিষয়ে মাথা খেলাতে পারেন। তাহলে বুদ্ধি খুলবে।

বলুন তো পূর্ণবর্গ কি না

আপনি বন্ধুদের বললেন, যেকোনো একটি বড় সংখ্যা পূর্ণ বর্গ কি না আমি বলে দিতে পারব। পরীক্ষা করে দেখ!

একজন বন্ধু প্রশ্ন ধরল, বল তো আট লাখ চুয়ান্ন হাজার দুই শ তিয়াত্তর কোটি, চৌষট্টি লাখ, সাতানব্বই হাজার, পাঁচ শ আটচল্লিশ, অঙ্কে লিখলে যা দাঁড়ায় : ৮,৫৪,২৭৩,৬৪,৯৭,৫৪৮, এই বিশাল বড় সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গ কি না? দেখি তোর গণিতের জাদু?

আপনি এক সেকেন্ডও দেরি না করে বলে দিলেন, এটা পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয়।

বন্ধুরা ক্যালকুলেটর নিয়ে হিসাব করতে বসে গেল। দেখা গেল, আপনি ঠিকই বলেছেন।

কীভাবে বুঝলেন

এ ধরনের প্রশ্নের উত্তর চট করে দেওয়ার একটা চমৎকার উপায় আছে। ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর বর্গ লক্ষ করি। ১ × ১ = ১, ২ × ২ = ৪, ৩ × ৩ = ৯, ৪ × ৪ = ১৬, ৫ × ৫ = ২৫, ৬ × ৬ = ৩৬, ৭ × ৭ = ৪৯, ৮ × ৮ = ৬৪, ৯ × ৯ = ৮১, ১০ × ১০ = ১০০। বর্গসংখ্যাগুলোর শেষ অঙ্কগুলো মনে রাখলে হিসাব করা সহজ হবে। আমরা বলতে পারি যে কোনো সংখ্যা পূর্ণ বর্গ হতে হলে তার শেষ অঙ্কটি অবশ্যই ১, ৪, ৫, ৬, ৯ অথবা ০০ হতে হবে। উপরিউক্ত সংখ্যার শেষ অঙ্কটি যেহেতু ৮, তাই আমরা অনায়াসে বলতে পারি যে সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গ নয়।

অবশ্য এর বিপরীত প্রতিজ্ঞা সত্য নয়। অর্থাৎ কোনো সংখ্যার শেষ অঙ্কটি ১, ৪, ৫, ৬, ৯ অথবা ০০ হলেই যে সেটা পূর্ণ বর্গ হবে, তা বলা যাবে না। সে ক্ষেত্রে বর্গমূল বের করে দেখতে হবে।

যেমন ৮,৫৪,২৭৩,৬৪,৯৭,৫৪৯ সংখ্যার শেষ অঙ্কটি ৯ হওয়া সত্ত্বেও কিন্তু নিশ্চিতভাবে বলা যাবে না সেটি পূর্ণ বর্গ। প্রকৃত পক্ষে, এটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয়। এর বর্গমূল ২৯,২২,৭৯৬.০০৬৮৩।

কিন্তু ৮,৫৪,২৭৪,২৩,০৩,২০৯ সংখ্যাটির শেষ অঙ্কটি ৯, যা একটি পূর্ণ বর্গ। এর বর্গমূল ২৯,২২,৭৯৭।

বিকল্প পদ্ধতি

পূর্ণ বর্গ কি না তা বোঝার আরেকটি আংশিক পরীক্ষা আছে। সংখ্যাটির অঙ্কগুলোর যোগফল বের করি। যদি তার অঙ্কসংখ্যা ১-এর বেশি হয়, তাহলে আবার যোগ করি এবং শেষ পর্যন্ত একক অঙ্কে পৌঁছাই। যদি বড় সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গ হয় তাহলে তার অঙ্কগুলোর যোগফল ১, ৪, ৭ অথবা ৯ হবেই। যেমন, ২৯,৩৩,৭৯৮ × ২৯,৩৩,৭৯৮ = ৮৬০৭১৭০৭০৪৮০৪। এখানে, ৮ + ৬ + ০ + ৭ + ১ + ৭ + ০ + ৭ + ০ + ৪ + ৮ + ০ + ৪ = ৫২, ৫ + ২ = ৭, মানে ওটা পূর্ণ বর্গ। কিন্তু এর বিপরীত প্রতিজ্ঞা সত্য নয়। অর্থাৎ, শেষ যোগফল ১, ৪, ৭ অথবা ৯ হলেই যে তা পূর্ণ বর্গ হবে, তা নিশ্চিত করে বলা যাবে না, পরীক্ষা করে দেখতে হবে। যেমন, ২৫২ পূর্ণ বর্গ নয়। যদিও, ২ + ৫ + ২ = ৯, কিন্তু এটা পূর্ণ বর্গ নয়।

তবে যদি শেষ যোগফল ২, ৩, ৫, ৬ অথবা ৮ হয়, তাহলে নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গ নয়। যেমন, ৮৬০৭১৭০৭০৪৮০৫ সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গ নয়। কারণ, ৮ + ৬ + ০ + ৭ + ১ + ৭ + ০ + ৭ + ০ + ৪ + ৮ + ০ + ৫ = ৫৩, ৫ + ৩ = ৮, যা পূর্ণ বর্গের মূল শর্ত পূরণ করে না।

পূর্ণ ঘন কি না

কোনো সংখ্যা পূর্ণ ঘন কি না তা আংশিকভাবে নিরূপণের কিছু নিয়ম আছে। প্রথমে সংখ্যার অঙ্কগুলো যোগ করি। যোগফল যদি একাধিক অঙ্কের হয়, তাহলে আবার যোগ করি। এভাবে যোগফল ১ অঙ্কে পৌঁছাই। মূল সংখ্যাটি যদি পূর্ণ ঘন হয় তাহলে যোগফল ১, ৮ অথবা ৯ হবে। কিন্তু যোগফল যদি ২, ৩, ৪, ৫, ৬ বা ৭ হয়, তাহলে সোজা বলে দেওয়া যায় যে সংখ্যাটি পূর্ণ ঘন নয়।

উদাহরণ হিসেবে বলা যায়, ২০০৪ × ২০০৪ × ২০০৪ = ৮০৪৮০৯৬০৬৪। এখন ৮ + ০ + ৪ + ৮ + ০ + ৯ + ৬ + ০ + ৬ + ৪ = ৪৫, ৪ + ৫ = ৯। মানে ৮০৪৮০৯৬০৬৪ যে একটি পূর্ণ ঘনসংখ্যা তা বোঝা গেল।

এ ক্ষেত্রেও বিপরীত প্রতিজ্ঞাটি ঠিক নয়। অর্থাৎ কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলোর ধারাবাহিক যোগফল ১, ৮ অথবা ৯ হলেই যে সেটা পূর্ণ ঘনসংখ্যা হবে, তা সুনিশ্চিত নয়।

১৩ দিয়ে বিভাজ্য কি না

কোনো সংখ্যা ২, ৩, ৮, ১১ প্রভৃতি সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য কি না তা বের করার কতগুলো সহজ উপায় আছে। একটি উদাহরণ হিসেবে আমরা ১৩ দিয়ে বিভাজ্যতার নিয়ম আলোচনা করব। কোনো সংখ্যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি এবং কেবল যদি (১০ × এককের ঘরের অঙ্ক - ৪ × দশকের ঘরের অঙ্ক - ১ × শতকের ঘরের অঙ্ক + ৩ × হাজারের ঘরের অঙ্ক + ৪ × অযুতের ঘরের অঙ্ক + ১ × লাখের ঘরের অঙ্ক) এই সংখ্যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য হয়। যদি মূল সংখ্যাটিতে আরও অঙ্ক থাকে, তাহলে একই ধারাবাহিকতা অনুযায়ী হিসাব করতে হবে।

উদাহরণ হিসেবে দেখা যাক ১০,৮৪৫,৭৯২,১৭৮ সংখ্যাটি ১৩ দ্বারা বিভাজ্য কি না। আমরা দেখছি (১০ × ৮ - ৪ × ৭ - ১ × ১ + ৩ × ২ + ৪ × ৯ + ১ × ৭ + ১০ × ৫ - ৪ × ৪ - ১ × ৮ + ৩ × ০ + ৪ × ১) = ১৩০, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং ১০,৮৪৫,৭৯২,১৭৮ সংখ্যাটি ১৩ দ্বারা বিভাজ্য। ভাগফল ৮৩,৪২,৯১,৭০৬।

আপনি হয়তো মারসেঁ বা ফারমার মতো অত বড় গণিতবিদ হবেন না বা হতে চাইবেন না। এ যুগে যখন মোবাইল ফোনে ক্যালকুলেটর, সবার হাতে স্মার্টফোন, তখন কে আর মুখে মুখে বড় বড় হিসাব করতে যাবে? সবাই বলবে পাগল!

কিন্তু বাচ্চাদের কোনো অনুষ্ঠানে সবাইকে তাক লাগিয়ে দেওয়ার জন্য হয়তো এ ধরনের অসাধারণ গণিতবিদ হিসেবে আবির্ভূত হতে আপনার আপত্তি থাকবে না। মুখে মুখে বড় বড় গণিতের হিসাব বের করার একটা মজাও আছে। সে জন্য আপনি শুধু ১৩ নয়, অন্য আরও যেসব সংখ্যা দ্বারা বড় কোনো সংখ্যার বিভাজ্যতা বের করার নিয়ম রয়েছে, সেগুলো জেনে নিতে পারেন। গণিতের ওয়েবসাইট বা বিশেষ কোনো বইয়ে এ নিয়মগুলো পাওয়া যাবে। জানা থাকলে সুযোগমতো আপনার বিদ্যা কাজে লাগতে পারে।

বলুন তো সেটা কোন সালের ঘটনা

গণিতের একটা মজার খেলা দেখিয়ে যে কেউ কোনো অনুষ্ঠানে আমন্ত্রিত অতিথিদের অবাক করে দিতে পারেন। ধরা যাক, ২০১৩ সালের কোনো একদিন আপনি এ ধাঁধার খেলা দেখাচ্ছেন। প্রথমে একটি কাগজে এ সালের দ্বিগুণ ৪০২৬ সংখ্যাটি কাউকে না দেখিয়ে লিখে একটা খামে ভরে সবার সামনে রেখে দিন। এবার পাঁচজন বন্ধুকে বলুন, ওরা যেন কাগজ-কলম নিয়ে প্রত্যেকে আলাদাভাবে পর পর চারটি সংখ্যা লেখে। প্রথম সংখ্যাটি হলো তাদের নিজেদের জন্মসাল। এর নিচে ওই পাঁচজনের পছন্দ অনুযায়ী তাদের জীবনের কোনো স্মরণীয় ঘটনার সাল, যেমন বিয়ে বা প্রথম সন্তানের জন্মসাল ইত্যাদি। এর পর লিখতে বলুন যার যার বয়স (পূর্ণ সংখ্যায়), যে বয়স পূর্ণ হবে বা হয়েছে চলতি বছরে। তার নিচে লিখতে বলুন যার যার উল্লিখিত স্মরণীয় ঘটনাটি যত বছর আগে হয়েছিল সেই সংখ্যা। এবার এই চার সংখ্যা যোগ করতে বলুন। এবার খামটি খুলে আগেই লিখে রাখা সংখ্যাটি পাঁচজনের প্রত্যেককে আলাদা আলাদাভাবে দেখান। যোগফল মিলে গেছে। সবাই অবাক হবেন। সবার যোগফলই ৪০২৬!

কীভাবে করলেন

হিসাব সহজ। কারণ, কারও জন্মসালের সঙ্গে তার বয়স যোগ করলে বর্তমান সালটি পাওয়া যাবে, জন্মসাল যার যেটাই হোক না কেন। তেমনি কারও কোনো স্মরণীয় ঘটনার সালের সঙ্গে যত বছর আগে ঘটনাটি ঘটেছিল, সেই সংখ্যা যোগ করলেও বর্তমান সালটিই পাওয়া যাবে। তাই এ চার সংখ্যার

যোগফল বর্তমান সালের দ্বিগুণের সমান হবে।

যেমন, আপনার জন্মসাল ১৯৭০। বিয়ে ১৯৯৫ সালে। ২০১৩ সালে আপনার বয়স ৪৩ ও বিয়ে হয়েছিল ১৮ বছর আগে। তাহলে ১৯৭০ + ১৯৯৫ + ৪৩ + ১৮ = ৪০২৬!

সবাই আলাদা, তার পরও এক !

গণিতের ধাঁধা

এই অসাধারণ ধাঁধাটি আমি প্রথম পড়েছি নিউ ইয়র্কের মেইন স্ট্রিট প্রকাশনার *ক্ল্যাসিক ম্যাথম্যাজিক* বইয়ে। এর মূল কথার আলোকে আমাদের দেশের প্রেক্ষাপটে ধাঁধাটি এখানে উপস্থাপন করছি।

এক দ্বীপের রাজা স্বপ্ন দেখলেন যে চোখে কালো তিল আছে এমন প্রজারা তাঁর জন্য অশুভ। তাই পরদিন তিনি ঘোষণা করলেন, যাদের চোখে তিল তাদের দ্বীপ ছেড়ে চলে যেতে হবে।

ছোট সেই দ্বীপের জনসংখ্যা ছিল কম। প্রতিদিনই সবার সঙ্গে সবার দেখা হতো। তাই সবার চোখে সবার চোখ পড়ত। কিন্তু কার চোখ কেমন, সে বিষয়ে কেউ কারও সঙ্গে আলোচনা করত না। তাদের কোনো আয়না ছিল না। অন্য কোনোভাবেও কেউ নিজের চেহারা দেখতে পারত না। তাই সেই দ্বীপের লোকজন অন্যের চোখের তিল কালো নাকি তিলই নেই তা জানতে পারলেও নিজের চোখের খবর কী, তা জানত না।

রাজা বললেন, তাঁর কাছে নির্ভরযোগ্য খবর আছে যে দ্বীপে অন্তত একজনের চোখে কালো তিল আছে। তিনি আদেশ দিলেন, কেউ যখনই সেটা জানতে পারবে, তাকে পরদিন খুব ভোরে চুপচাপ দ্বীপ ছেড়ে চলে যেতে হবে। এমনভাবে যেতে হবে, যেন কেউ টের না পায়।

দ্বীপের সবাই ছিল গণিতে পারদর্শী। বিশেষভাবে তারা যুক্তি দিয়ে ঘটনার বিশ্লেষণ করতে পারত। এবং সবাই জানত যে দ্বীপের অন্য লোকজনও গণিতের যুক্তিভিত্তিক বিশ্লেষণে দক্ষ।

ঘটনাক্রমে সেই দ্বীপে সাতজনের চোখে ছিল কালো তিল।

এখন প্রশ্ন হলো, রাজার আদেশের পর সেই দ্বীপে কী ঘটল? সাতজনের দ্বীপ ছেড়ে যেতে কত দিন লাগল?

ধাঁধার উত্তর

রাজার আদেশের পর সপ্তম দিনে কালো তিল-চোখের সাতজন মানুষ একই সঙ্গে উপলব্ধি করবে যে তাদের সাতজনেরই চোখে কালো তিল এবং তাই এর পরদিন খুব ভোরে ঘুম থেকে উঠে সাতজনই যার যার মতো করে চুপচাপ দ্বীপ ছেড়ে চলে যাবে, অন্য কেউ টেরও পাবে না।

কেন সাত দিন?

অন্তত একজনের চোখে কালো তিল আছে বলে রাজা যে বলেছিলেন, তা বিশেষভাবে লক্ষ করার বিষয়। একজনের বেশিও থাকতে পারে, কিন্তু অন্তত একজনের চোখে যে কালো তিল, সেই সূত্র ব্যবহার করে আমরা উত্তর বের করতে পারি।

প্রথমে ধরা যাক, সেই দ্বীপে কালো তিল-চোখের মানুষ ছিল শুধু একজন। তাহলে রাজার আদেশের পরদিন সে ঘুম থেকে উঠে সবার চোখ পরীক্ষা করে দেখবে যে অন্য কারও চোখে তিল নেই, তখনই সে উপলব্ধি করবে যে তার নিজের চোখেই তিল; কারণ, রাজা প্রথমেই বলে দিয়েছেন যে সেখানে অন্তত একজনের চোখে তিল। তাই এক দিন পর ভোরে ঘুম থেকে উঠেই সে নীরবে দ্বীপ ছেড়ে চলে যাবে।

এখন দেখা যাক, ওরকম মানুষের সংখ্যা যদি এক না হয়ে দুই হয়, তাহলে কী হবে। ধরা যাক, ক ও খ-এর চোখে তিল। পরদিন সকালে ক দেখবে, শুধু খ-এর চোখে তিল আর খ দেখবে শুধু ক-এর চোখে তিল। ফলে, দ্বিতীয় দিন ওরা কেউ দ্বীপ ছেড়ে যাবে না; কারণ, ক ভাববে শুধু খ-

এর চোখে তিল, তাই সে দ্বীপ ছেড়ে চলে যাবে, বিপরীতে খ ভাববে, ক চলে যাবে; কারণ, তার চোখে তিল। ফলে, দ্বিতীয় দিন তারা দুজনেই দেখবে যে তাদের কেউই চলে যায়নি এবং তখন তারা একই সঙ্গে উপলব্ধি করবে যে নিশ্চয়ই তাদের দুজনেরই চোখে তিল; কারণ, তা না হলে তো অপরজনের সঙ্গে পরদিন দেখা হওয়ার কথা নয়। সুতরাং দুজন তিল-চোখের মানুষ হলে তাদের উভয়ের দুদিন লাগবে এটা উপলব্ধি করতে যে, তাদের দুজনেরই চোখে তিল। তাই এর পরদিন খুব ভোরে তারা দুজনে নীরবে দ্বীপ ছেড়ে চলে যাবে।

এখানে লক্ষণীয়, দুজনের চোখে কালো তিল থাকলে রাজার আদেশের পরদিন একে অপরকে দেখলেও কিন্তু তাদের কেউই নিজেদের চোখের তিল সম্পর্কে নিঃসন্দেহ হতে পারবে না। নিঃসন্দেহ হতে লাগবে দুই দিন। রাজার আদেশের পর দ্বিতীয় দিনে তারা একসঙ্গে উপলব্ধি করবে যে তাদের দুজনেরই চোখে তিল।

একজনের উপলব্ধির জন্য যদি এক দিন লাগে, দুজনের জন্য যদি দুই দিন লাগে, এবং উপলব্ধি একসঙ্গে আসে, আগে কেউই বুঝতে না পারে, তাহলে সাতজনের জন্য লাগবে সাত দিন!

তাই বলা যায়, সাতজনের চোখে তিল থাকলে তারা রাজার আদেশের পর সপ্তম দিনে একই সঙ্গে উপলব্ধি করবে যে তাদের সাতজনেরই চোখে তিল এবং এর পরদিন খুব ভোরে তারা দ্বীপ ছেড়ে চলে যাবে, এর আগে পর্যন্ত তারা দ্বীপেই থাকবে।

বিষয়টা আরও ভালোভাবে বোঝার জন্য আমরা ধরে নিই যে দ্বীপের তিনজনের চোখে কালো তিল আছে। তাহলে কী হবে? প্রথম দিন ওই তিনজনের প্রত্যেকে দেখবে অপর দুজনের চোখে তিল আছে, নিজের তিলের কথা তো সে জানবে না। তাই ওরা পরদিন তিল-চোখের অপর দুজনকে দ্বীপে দেখে অবাক হবে না। কারণ, তারা যুক্তি দিয়ে বুঝে নিয়েছে যে যেহেতু দুজনের চোখে তিল, তাই ওরা দুই দিনের আগে বুঝতে পারবে না যে তাদের চলে যেতে হবে। কিন্তু তৃতীয় দিনেও যখন ওদের পরস্পরের সঙ্গে আবার দেখা হবে, তখনই তারা চট করে বুঝে নেবে যে তাদের তিনজনেরই চোখে তিল। অন্যদিকে, যাদের চোখে তিল নেই, তারা কিন্তু প্রথম দিন থেকেই দেখবে তিনজনের চোখে তিল এবং বুঝে নেবে যে তিন দিনের আগে ওদের কেউ দ্বীপ ছেড়ে যাবে না।

খুব সহজে কি গণিতের ম্যাজিক দেখানো যায়

হ্যাঁ, এটা সম্ভব। সামান্য যোগ-বিয়োগের নিয়ম জানলে গণিতের বেশ কিছু চোখধাঁধানো ম্যাজিক দেখানো যায়। জন্মদিনের অনুষ্ঠানে বা কোনো ঘরোয়া বৈঠকে এরকম ম্যাজিক সবাইকে অবাক করে দিতে পারে। প্রথমে অনুষ্ঠানে উপস্থিত কাউকে একটি খাতায় পাঁচ অঙ্কের একটি সংখ্যা লিখতে বললেন। এর নিচে আপনি ঝটপট আরেকটি পাঁচ অঙ্কের সংখ্যা লিখলেন। এর নিচে আরেকজনকে বললেন পাঁচ অঙ্কের আরেকটি সংখ্যা লিখতে। তার নিচে আপনি আবার ঝটপট আরেকটি পাঁচ অঙ্কের সংখ্যা লিখলেন। এখন আরেকজনকে আরেকটি সংখ্যা লিখতে বললেন। এবার আপনি একটি লম্বা দাগ কেটে মোট পাঁচটি সংখ্যার যোগফল কোনো রকম চিন্তাভাবনা না করেই লিখে দিয়ে সবাইকে তাক লাগিয়ে দিতে পারেন। সংখ্যাগুলো লিখতে বা যোগফল বের করতে আপনার কোনো সময়ই লাগবে না—এটাই ম্যাজিক।

কীভাবে করলেন

ধরা যাক, প্রথম সংখ্যাটি লেখা হলো ৮৬৩১৪। আপনি এবার ৯ থেকে প্রতিটি ঘরের অঙ্ক বিয়োগ করে করে লিখে যান। এ ক্ষেত্রে আপনি লিখবেন ১৩৬৮৫। কারণ, ৯ - ৮ = ১, ৯ - ৬ = ৩ ইত্যাদি। একইভাবে পরের দুটি সংখ্যাও লেখা হবে। ধরা যাক, পরের সংখ্যাটি ৭৪১৩২, এর নিচে আপনি আগের মতো বিয়োগ করে করে লিখবেন ২৫৮৬৭। পঞ্চম সংখ্যাটি ধরা যাক ৯৪১২৫। এবার আপনার যোগফল বের করার পালা। আপনি এখন যা করবেন তা হলো, শুধু শেষ সংখ্যাটির এককের ঘরের অঙ্ক থেকে ২ বিয়োগ

করে সেই ২ পুরো সংখ্যাটির প্রথমে বসিয়ে দেওয়া। ব্যস, তাহলেই যোগ অঙ্কটা হয়ে গেল। যোগফলটি হলো ২৯৪১২৩।

কেন এটা হয়

শুধু ২ বিয়োগ ও যুক্ত করলে কেন যোগফল পাওয়া যায়, সেটা বোঝার জন্য আমরা প্রথমে লক্ষ করব, প্রতি জোড়া সংখ্যা এমনভাবে লেখা হয়েছে যেন তাদের যোগফল হয় ৯৯৯৯৯; সুতরাং, প্রথম চার সারির যোগফল হবে ৯৯৯৯৯ × ২ = ১৯৯৯৯৮, যা আসলে ২ লাখের চেয়ে ২ কম। সুতরাং, এর সঙ্গে পাঁচ অঙ্কের পঞ্চম সংখ্যাটি যোগ করার সহজ উপায় হলো ২-এর পর চোখ বন্ধ করে সংখ্যাটিই লিখে দেওয়া, প্রথমে শুধু ২ বিয়োগ করে নিতে হবে। এ জন্যই আলোচ্য পদ্ধতিতে ২ বিয়োগ ও যুক্ত করা হয়েছে।

৮	৬	৩	১	৪
১	৩	৬	৮	৫
৭	৪	১	৩	২
২	৫	৮	৬	৭
৯	৪	১	২	৫
২৯	৪	১	২	৩

একনিমেষে যোগফল = ২৯৪১২৩

যদি পঞ্চম সংখ্যার শেষ অঙ্কটি ২-এর চেয়ে ছোট হয়, অর্থাৎ ১ বা ০ হয়, তাহলে বিয়োগ করার সময় এককের ঘরের অঙ্ক থেকে ২ বিয়োগ করার পর নিয়ম অনুযায়ী দশকের ঘরের অঙ্ক থেকে হাতের ১ বিয়োগ করতে হবে।

যদি আরও একজনকে একটি সংখ্যা লিখতে বলা হতো, তাহলে একই প্রক্রিয়ায় প্রথম ছয়টি সংখ্যার যোগফল হতো ৩ লাখের চেয়ে ৩ কম এবং সে ক্ষেত্রে মোট সাতটি সংখ্যার যোগফল বের করার জন্য সপ্তম সংখ্যাটি থেকে ২-এর পরিবর্তে ৩ বিয়োগ ও শুরুতে ৩ বসিয়ে দিলেই চলত।

লুডুর গুটি দিয়ে জাদু

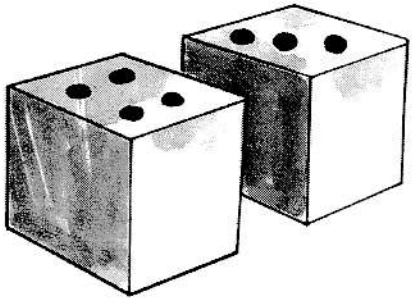
বন্ধুর জন্মদিনের অনুষ্ঠানে গিয়েছেন। সবাই ধরল জাদু দেখাতে। আপনার তেমন কোনো প্রস্তুতি নেই। তাতে কী? লুডু খেলার তিনটি ছক্কাগুটি দিয়ে আপনি চমৎকার জাদু দেখাতে পারেন। ছক্কাগুটি হলো ছয় সমতলপৃষ্ঠের একটি ঘন গুটি। এটি একটি ছোট প্লাস্টিকের শিশিতে ভরে বারবার ঝাঁকিয়ে চাল দেওয়া হয়। এর ছয়টি পিঠে ১, ২...করে ৬ পর্যন্ত ছয়টি অঙ্ক লেখা আছে। আপনি কোনো রকম বাছবিচার ছাড়াই ওগুলো টেবিলের ওপর বিছিয়ে দিন। এবার পেছন ফিরে দাঁড়ান। আপনার কোনো বন্ধুকে ছক্কাগুটির ওপরের পিঠের সংখ্যাগুলোর যোগফল মনে মনে হিসাব করে বের করতে বলুন। এবার যেকোনো একটি ছক্কাগুটি তুলতে বলুন এবং তার ঠিক নিচের সংখ্যাটি আগের মোট যোগফলের সঙ্গে যোগ করতে বলুন। এরপর তাকে বলুন ছক্কাটি আবার ঘুরিয়ে আগের মতো টেবিলে রেখে এর ওপরের সংখ্যাটি আগের মোট যোগফলের সঙ্গে যোগ করতে। যেহেতু আপনি পেছন ফিরে আছেন, তাই আপনার বন্ধু কোন ছক্কাগুটি ওলট-পালট করেছে, তা আপনি জানেন না। এ অবস্থায় আপনি টেবিলের দিকে ঘুরে দাঁড়ান। আস্তে করে ছক্কা তিনটি হাতে তুলে নিয়ে কিছুক্ষণ নাড়াচাড়া করুন। এবার চোখ বন্ধ করে একটি হিসাব করে আপনি মোট যোগফলটি বলে দিন।

এটা গণিতের সত্যিই একটি মজার ম্যাজিক।

কীভাবে যোগফল বের করলেন

এই জটিল যোগফলটি বের করার পেছনে আপনাকে সাহায্য করবে শুধু একটি

মজার তথ্য। সেটি হলো, প্রতিটি মানসম্পন্ন ছক্কার দুই বিপরীত পিঠের অঙ্কগুলো যোগ করলে সব সময় একই ফল পাওয়া যাবে, সেটি হলো ৭।



ছক্কাগুটির দুই বিপরীত পিঠের অঙ্ক দুটির যোগফল ৭!

আমরা অনেকেই লুডু খেলি, ছক্কা নিয়ে নাড়াচাড়া করি। কিন্তু কখনো কি সামান্য অনুসন্ধানী দৃষ্টি নিয়ে এই মজার তথ্যটি বের করেছি? এই তথ্য জানলেই আপনার পক্ষে গণিতের মজার জাদুটি দেখানো সম্ভব হবে। খুব সহজ হিসাবের ব্যাপার। আপনি যখন ছক্কা তিনটি হাতে তুলে নিচ্ছেন, তখন খুব দ্রুত ওই গুটিগুলোর ওপরের সংখ্যাগুলোর যোগফল বের করে নিতে হবে। এরপর ওই যোগফলের সঙ্গে আপনি ৭ যোগ করলেই সেই ম্যাজিক যোগফলটি পেয়ে যাবেন। কারণ, আপনার বন্ধু আপনার অগোচরে যে গুটিটির নিচের ও ওপরের সংখ্যা দুটি যোগ করেছেন, তিনি যে গুটিই তুলে থাকুন না কেন, তার যোগফল তো সব সময়ই ৭ হবে। তাই আপনি কিছু না জেনেও মোট যোগফলটি বের করতে পারবেন।

বাচ্চারা লুডু খেলে খুব মজা পায়। তাদের খেলার মাঝে আপনি আরও সহজ একটা খেলা দেখাতে পারেন। যেহেতু প্রায় কেউই ছক্কাগুটির ছয়টি তলে লেখা অঙ্কগুলোর মধ্যে এই ব্যতিক্রমী সমীকরণ সম্পর্কে কিছু জানে না, তাই আপনি এর সুযোগ নিতে পারেন। যেমন, আপনি কাউকে বলতে পারেন, ছক্কাগুটির যেকোনো এক পিঠে লেখা অঙ্কটি বলতে। আপনি সেটা শুনে, চোখ বন্ধ করেই বলে দিতে পারেন অপর পিঠে লেখা অঙ্কটি কত। কারণ আপনি জানেন, দুই বিপরীত পিঠের অঙ্ক দুটির যোগফল সাত!

গণিতের আনন্দ

এ বছরের জাতীয় গণিত উৎসব হয়ে গেল। এর আগে বিভাগীয় ও আঞ্চলিক গণিত উৎসবে স্কুল-কলেজের শিক্ষার্থীরা উৎসাহ নিয়ে যোগ দিয়েছে। একসময় মনে হতো, গণিতের মতো নীরস বিষয় বোধ হয় তরুণদের আকর্ষণ করতে পারবে না। কিন্তু এখন দেখা যাচ্ছে ঘটনা উল্টো। উপজেলা ও প্রত্যন্ত গ্রামের স্কুল-কলেজ থেকে ছাত্রছাত্রীরা বিভাগীয় গণিত অলিম্পিয়াডে যোগ দিচ্ছে। সেখানে বিজয়ীরা ঢাকায় জাতীয় গণিত অলিম্পিয়াডে যোগ দিয়েছে। যারা আন্তর্জাতিক গণিত অলিম্পয়াডে অংশগ্রহণের জন্য নির্বাচিত হবে, তাদের একটি বড় প্রাপ্তি হলো নিচ থেকে প্রতিযোগিতার মধ্য দিয়ে ওপরে উঠে আসার আনন্দ। অনেক জেলায় স্বতঃস্ফূর্তভাবে গণিত ক্লাব গড়ে উঠেছে। তরুণেরা সেখানে গণিতচর্চা করছে। এভাবে একটা বিজ্ঞানপ্রজন্ম গড়ে উঠতে শুরু করেছে। এখন বিজ্ঞানের জয়যাত্রার যুগ। এ যুগে আমাদের তরুণ প্রজন্ম যখন গণিতে আনন্দ পেতে শুরু করেছে, তখন আমরা জোর দিয়ে বলতে পারি, এই তরুণেরাই আমাদের দেশকে অনেক দূর এগিয়ে নিয়ে যাবে।

গণিতকে কখন নীরস আর কখন আনন্দের মনে হয়? যখন আমরা গণিতের একটি কঠিন সমস্যা সমাধান করতে গিয়ে তার প্রতিটি ধাপের ব্যাখ্যা বুঝতে পারি, তখনই সেটা আনন্দের ব্যাপার হয়ে দাঁড়ায়। না বুঝতে পারলে গণিত বিরক্তিকর, এমনকি অর্থহীন নীরস বিষয়ে পরিণত হয়। তাই গণিতের আসল ব্যাপার হলো, এর সূত্রগুলো বোঝা এবং সেগুলো সৃজনশীলভাবে প্রয়োগ করা। এভাবে গণিতচর্চা করলে সেটা আনন্দের খেলা হয়ে ওঠে। তখন গণিতচর্চা মাথা খাটিয়ে বুদ্ধি খোলার একটি উপায় হয়ে দাঁড়ায়।

মনে হয় কঠিন কিন্তু সহজ

আপনি বন্ধুদের বললেন, একটা মজার জাদু দেখাব। তোদের মধ্যে কেউ ছয় অঙ্কের এমন একটি সংখ্যা ধরবি, যার প্রথম তিনটি অঙ্ক তোরা বলে দিবি আর শেষ তিনটি অঙ্ক থাকবে অজানা। ওই তিনটি অঙ্ক কত হবে তা আমি বের করব। শর্ত হলো, ওই তিনটি অঙ্ক তোদের দেওয়া অঙ্কের চেয়ে আলাদা এবং সেগুলো হবে এমন যেন ছয় অঙ্কের পুরো সংখ্যাটি তোদের প্রথম তিনটি অঙ্কের প্রতিটি দিয়ে ভাগ করলে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।

—বন্ধু, ম্যাজিকটা তো জটিল কইরা ফেললা, সহজ কইরা বুঝাইয়া দাও না?

—আচ্ছা, ধরা যাক, তোরা বললি ৯৩৫। এই তিন অঙ্কের পর আমি আরও তিনটি অঙ্ক, কখগ বসাব। তাহলে পুরো সংখ্যাটি দাঁড়াবে ৯৩৫কখগ। আমি যে তিনটি অঙ্ক বের করব, কখগ, সেখানে শর্ত হলো, ছয় অঙ্কের পুরো সংখ্যাটি তোদের দেওয়া ৯, ৩ ও ৫ দিয়ে আলাদা আলাদাভাবে নিঃশেষে বিভাজ্য হতে হবে এবং ক, খ, গ—এর কোনো একটি জায়গায়ও ৯, ৩ বা ৫ বসানো যাবে না।

এবার বন্ধুরা বলল, ঠিক আছে, আমরা ধরলাম ৭ ৮ ৯, তুই বল দেখি পরের তিনটি অঙ্ক কত হবে?

আপনি একটি কাগজে সামান্য কিছু হিসাব করে বললেন, আমার তিনটি অঙ্ক হলো ২৬৪, এবং পুরো সংখ্যাটি হলো ৭৮৯২৬৪। আপনি নিশ্চিত করলেন যে ছয় অঙ্কের এই সংখ্যা বন্ধুদের দেওয়া ৭, ৮ ও ৯ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য এবং এটা অদ্বিতীয় সমাধান।

বন্ধুরা ক্যালকুলেটরে হিসাব করে দেখল, আপনার দেওয়া অঙ্ক তিনটি সব শর্ত পূরণ করেছে!

কীভাবে বের করলেন

আপনি প্রথমে ধরে নিন, আপনার অঙ্ক তিনটি ০ ০ ০, যেন পুরো সংখ্যাটি দাঁড়ায় ৭৮৯০০০। এবার বন্ধুদের প্রদত্ত তিনটি অঙ্কের ক্রমিক গুণফল বের করে সেই সংখ্যা দিয়ে ৭৮৯০০০-কে ভাগ করুন। অবশিষ্ট সংখ্যাটি ভাজক থেকে বিয়োগ করলে প্রাপ্ত বিয়োগফলটিই হবে আপনার তিনটি অঙ্ক। এ ক্ষেত্রে বিয়োগফল যেহেতু ২৬৪, তাই পুরো সংখ্যাটি হলো ৭৮৯২৬৪!

কেন মিলে গেল

আপাতদৃষ্টিতে মনে হবে, গণিতের এই সমস্যা বেশ কঠিন। কিন্তু সমাধানের জন্য আমরা সাধারণ যুক্তি ব্যবহার করতে পারি। যেহেতু ৭ × ৮ × ৯ = ৫০৪, সুতরাং, আমরা বলতে পারি, নির্ণেয় সংখ্যাটি ৫০৪ দিয়ে বিভাজ্য হলে তা ৭, ৮ ও ৯ দিয়েও বিভাজ্য হবে। কিন্তু যেহেতু ৭৮৯,০০০-কে ৫০৪ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকে ২৪০, তাই ৭৮৯,০০০-এর সঙ্গে (৫০৪ - ২৪০) = ২৬৪ যোগ করলে আমরা নির্ণেয় সংখ্যাটি পাব ৭৮৯,২৬৪। এই উত্তর অদ্বিতীয়। কারণ, ৫০৪ দিয়ে বিভাজ্য পরবর্তী সংখ্যাটি হবে ৭৮৯,২৬৪ + ৫০৪ = ৭৮৯,৭৬৮; যার মধ্যে ৭ ও ৮ অঙ্ক দুটি থাকায় সঠিক উত্তর হিসেবে গ্রহণযোগ্য হবে না।

স্কুলের পাটিগণিতে আমরা এ ধরনের অঙ্ক করেছি। যেমন, কোন ক্ষুদ্রতম বা বৃহত্তম সংখ্যা প্রদত্ত একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য? এর সমাধানের জন্যও আমরা প্রথমে ভাগ করে অবশিষ্ট সংখ্যাটি ভাজক থেকে বিয়োগ করি, ইত্যাদি। এখানেও সেই পদ্ধতি ব্যবহার করেছি।

এ ধরনের পদ্ধতি ব্যবহার করে আরও নতুন নতুন সংখ্যার খেলা নিজেরাই বের করতে পারি। অন্যান্য জাদুর মতো গণিতের জাদুরও সৃজনশীল বিকাশ ঘটানো যায়। উৎসাহী শিক্ষার্থীরা বুদ্ধি খাটিয়ে গণিতের নতুন নতুন জাদু বের করার চেষ্টা করলে তাদের যুক্তি প্রয়োগের দক্ষতা বৃদ্ধি পাবে। এতে মস্তিষ্কের উৎকর্ষ সাধন হয়।

নদীটির প্রস্থ কত

গণিতের সমস্যা প্রথমে কঠিন মনে হলেও তার মধ্যে মজার ব্যাপার হলো, এখানে নিজে নিজে মাথা খাটিয়ে উত্তর বের করার একটি বিরাট সুযোগ পাওয়া যায়। তরুণ শিক্ষার্থীদের জন্য এ রকম একটি মজার সমস্যা দিচ্ছি। এই ধাঁধা ধরেছিলেন স্যাম লয়েড। তিনি ছিলেন আমেরিকার একজন বিখ্যাত ধাঁধা-বিশারদ। তাঁর ধাঁধার আলোকে একটি জটিল সমস্যার সমাধানের জন্য আপনি বন্ধুদের সঙ্গে গণিতের আড্ডা শুরু করুন।

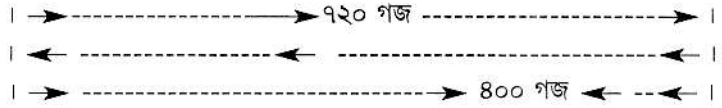
ধাঁধার বিবরণ

ধরা যাক, বুড়িগঙ্গা নদীতে দুটি নৌকা যাত্রী পারাপার করছে। নৌকাগুলো সব সময় স্থির দ্রুতিতে (কনস্ট্যান্ট স্পিড) চলছে। একটি নৌকা সদরঘাট এবং অন্যটি জিঞ্জিরা ঘাট থেকে ঘড়ি ধরে ঠিক একই সময়ে বিপরীত পাড়ের দিকে রওনা দিল। পথে সদরঘাট থেকে ৭২০ গজ দূরে একে অন্যের সঙ্গে প্রথম দেখা। অপর পাড়ে গিয়ে যাত্রী নামিয়ে উভয়েই নতুন যাত্রী নিয়ে ঠিক ১০ মিনিট পর আবার পরস্পর বিপরীত দিকে রওনা দিল। ফেরার পথে জিঞ্জিরা ঘাট থেকে ৪০০ গজ দূরে নৌকা দুটির দ্বিতীয়বার দেখা। নদীর প্রস্থ কত?

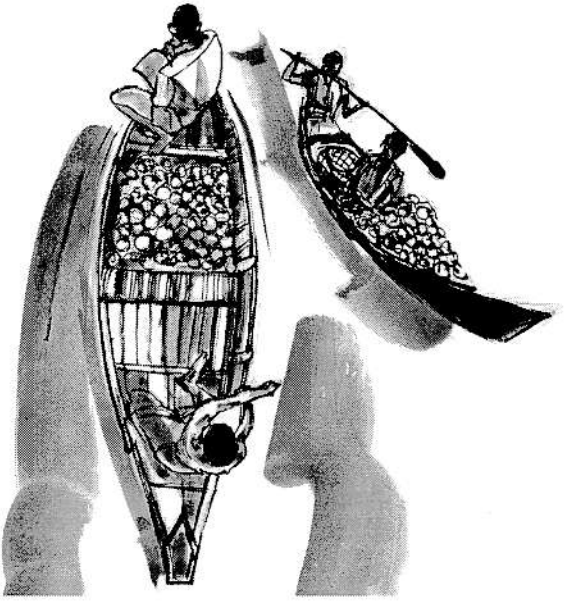
কীভাবে বের করবেন

এই ধাঁধায় মজার ব্যাপার হলো, নৌকা দুটির পারস্পরিক গতি কত, তা বলা হয়নি। কিন্তু তা সত্ত্বেও উত্তরটি বের করা যায়। অবশ্য নদীর প্রস্থ বের করার পর নৌকার আনুপাতিক গতি বের করা সম্ভব। আমরা লক্ষ করব, নৌকা দুটি

প্রথম যখন একে অপরকে অতিক্রম করে, তখন দুই নৌকা মিলিতভাবে নদীর প্রস্থের সমান দূরত্ব পার হয়েছে। দ্বিতীয়বার যখন তাদের দেখা হয়, তখন দুই নৌকার মিলিত মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব নদীর প্রস্থের তিন গুণ। ছবিতে এটা দেখানো হয়েছে।



দুটি নৌকাই স্থির দ্রুতিতে (কনস্ট্যান্ট স্পিড) চলছে। তাই আমরা বলতে পারি, দ্বিতীয়বার দেখা হওয়ার সময় নিশ্চয়ই যার যার মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব প্রথম দেখা হওয়ার সময় তাদের নিজ নিজ অতিক্রান্ত দূরত্বের তিন গুণ। যেহেতু সদরঘাট থেকে রওনা দিয়ে ৭২০ গজ দূরে গিয়ে তাদের প্রথম দেখা হয়, তাই দ্বিতীয়বার দেখা হওয়ার সময় নৌকাটি মোট ৭২০ × ৩ = ২১৬০ গজ দূরত্ব অতিক্রম করেছে। কিন্তু সে সময় তারা জিঞ্জিরা থেকে ৪০০ গজ দূরে। সুতরাং, নদীর প্রস্থ ২১৬০ - ৪০০ = ১৭৬০ গজ। এটা ঠিক এক মাইল।



বুড়িগঙ্গা কত চওড়া?

মনের কথা বলে দেওয়া যায়

পাঁচটি কার্ডে কতগুলো সংখ্যা এলোমেলোভাবে লিখে আপনি বন্ধুদের সামনে রাখলেন। এগুলো আপনার জাদুর কার্ড। আগে থেকে লিখে এনেছেন। এই পাঁচটি কার্ডে ১ থেকে ২৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো আছে। কোনো কোনো সংখ্যা একাধিক কার্ডে লেখা হয়েছে।

১	৩	৫	৭
৯	১১	১৩	১৫
১৭	১৯	২১	
	২৩	২৫	

ক

২	৩	৬
৭	১০	১১
১৪	১৫	১৮
১৯	২২	২৩

খ

৪	৫	৬
৭	১২	১৩
১৪	১৫	২০
২১	২২	২৩

গ

৮	৯	১০	১১
১২	১৩	১৪	
১৫	২৪		
২৫			

ঘ

১৬	১৭	১৮
১৯	২০	২১
২২	২৩	২৪
	২৫	

ঙ

কার্ড দেখে সংখ্যা বলে দেওয়া যায়

এবার বললেন, তোরা কেউ মনে মনে ১ থেকে ২৫-এর মধ্যে কোনো একটি সংখ্যা ধর। আমাকে শুধু বল সংখ্যাটি কোন কোন কার্ডে আছে। আমি তাহলে বলে দেব তুই কোন সংখ্যাটি ধরেছিস।

একজন বলল, আমার সংখ্যাটি ক, গ ও ঘ কার্ডে আছে।

আপনি একনজর দেখে বলে দিলেন, তুই ধরেছিস ১৩!

সবাই অবাক। সংখ্যাটি মিলে গেছে। সবাই ভাবছে, আপনি তার মনের কথা জানলেন কীভাবে?

কীভাবে জানলেন

আপনি শুধু কার্ডগুলোর ওপরের বাঁ পাশের প্রথম সংখ্যাগুলো যোগ করেছেন। এই যোগফলই আপনার বন্ধু মনে মনে ধরেছে।

কেন এটা হয়

বাইনারি পদ্ধতির একটি বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করে আপনি এই জাদু দেখিয়েছেন। লক্ষ করলে দেখা যাবে, প্রতিটি কার্ডের প্রথম সংখ্যাটি একটি বাইনারি সংখ্যা। ১, ২, ৪, ৮, ১৬, ৩২ প্রভৃতি হলো বাইনারি সংখ্যা, যার প্রতিটি যথাক্রমে ২-এর ০, ১, ২, ৩, ...তম ঘাত। বাইনারি সংখ্যার সুবিধা হলো, যেকোনো সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যার যোগফল হিসেবে দেখানো যায়।

আপনি কার্ডে এমনভাবে সংখ্যাগুলো লিখেছেন, যেন কোনো একটি সংখ্যাকে কার্ডের ওপরের কোনায় লেখা সংখ্যাগুলোর যোগফল হিসেবে দেখানো যায়। এটাই হলো আপনার আসল কৌশল।

প্রথমে ১ থেকে ২৫ পর্যন্ত প্রতিটি সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যার যোগফল হিসেবে লিখে দেখতে হবে ওই সংখ্যাটি কোন কোন কার্ডে লিখতে হবে। যেমন, ১৭ সংখ্যাটিকে আমরা লিখতে পারি, ১৬ + ১ = ১৭। এখন যে দুটি কার্ডের প্রথম সংখ্যাটি ১৬ ও ১, সেই কার্ড দুটিতে ১৭ সংখ্যাটি রাখতে হবে।

এভাবে ২০, ২৫, ৩০ বা যেকোনো সংখ্যার জন্য কার্ড তৈরি করা যায়। গণিতে উৎসাহী শিক্ষার্থীরা চিন্তা করে এরকম কার্ড নিজেরা তৈরি করে জাদু দেখাতে পারে।

ফিবনাচ্চি সিরিজ

গণিতের আড্ডা বসেছে। আপনি বন্ধুদের বললেন, যেকোনো একটা সংখ্যা কাগজে লিখ। ছোট সংখ্যা হলেই ভালো। আমি কিন্তু কিছুই দেখছি না। তুই কত লিখছিস, আমি তা জানি না। এই দেখ, আমি পেছন ফিরে বসলাম।

বন্ধু কাগজে লিখল ১০।

আপনি আরেক বন্ধুকে বললেন, তুই এর নিচে দ্বিতীয় একটি সংখ্যা লিখ।

সে লিখল, দ্বিতীয় ১২।

আপনি তৃতীয় বন্ধুকে বললেন, এর নিচে তুই এ দুই সংখ্যার যোগফলটি তৃতীয় সংখ্যা হিসেবে লিখে রাখ।

সে লিখল, তৃতীয় ২২।

এভাবে আপনি একেক বন্ধুকে একটা করে সংখ্যা লিখতে বললেন, যা হবে পূর্ববর্তী দুটি সংখ্যার যোগফল। ১০ জন বন্ধু লেখার পর বললেন, এবার দেখ, আমি বিদ্যুৎ গতিতে ক্যালকুলেটরের চেয়েও দ্রুত এই ১০ সংখ্যার যোগফল বের করতে পারি। এই বলে আপনি সোজা হয়ে বসে কাগজটা হাতে নিয়ে মুহূর্তের মধ্যে যোগফল লিখে দিলেন ১৬০৬!

এভাবে একের পর এক সংখ্যা লেখার উদ্দেশ্য নিয়ে কেউ প্রশ্ন তুলতে পারে। আপনি তাদের আপাতত আশ্বস্ত করার জন্য বলতে পারেন যে এটা অর্থহীন কোনো সংখ্যাসারি নয়। এটা গণিতের জগতে অত্যন্ত পরিচিত ফিবনাচ্চি সিরিজ। এ সিরিজ সম্পর্কে অনেক মজার তথ্য আছে। কিন্তু তার আগে সিরিজটি সাজিয়ে লিখি :

প্রথম	—	১০
দ্বিতীয়	—	১২
তৃতীয়	—	২২
চতুর্থ	—	৩৪
পঞ্চম	—	৫৬
ষষ্ঠ	—	৯০
সপ্তম	—	১৪৬
অষ্টম	—	২৩৬
নবম	—	৩৮২
দশম	—	৬১৮
যোগফল :		১৬০৬

কীভাবে করলেন

আপনি আসলে যোগ করেননি। শুধু সপ্তম সারির সংখ্যাটিকে ১১ দিয়ে গুণ করেছেন। এবং এই গুণ যে খুব সহজ নিয়মে করা যায়, তা আমরা আগেই জেনেছি (পৃষ্ঠা ১৩২) :

১৪৬ × ১১ = ১ .....৬
= ১৬০৬

সুতরাং, যোগফলটি বের করতে আপনার মোটেও সময় লাগল না।

কিন্তু কেন সপ্তম ঘরের ১১ গুণ

এটা ফিবনাচ্চি সিরিজের একটি বৈশিষ্ট্য। দ্বাদশ শতাব্দীর শেষ ও ত্রয়োদশ শতাব্দীর প্রথম ভাগে ইতালীয় গণিতবিদ ফিবনাচ্চি (Fibonacci) গণিতের ক্ষেত্রে অসাধারণ আবিষ্কার করেছেন। তিনি সবচেয়ে বেশি পরিচিত ফিবনাচ্চি সিরিজের জন্য। এই সিরিজের প্রতিটি রাশি পূর্ববর্তী দুটি রাশির যোগফল। এর বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য অনেক জটিল সমস্যার সমাধানে কাজে দেয়। লক্ষ করলে দেখা যাবে, এই সিরিজের সপ্তম রাশিকে ১১ দিয়ে গুণ করলে প্রথম ১০টি রাশির যোগফল পাওয়া যায়।

নিচের ছকটি মনোযোগ দিয়ে দেখলে বোঝা যাবে কেন এরকম হয়। ধরা যাক, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশিটি ক ও খ। তাহলে ফিবনাচ্চি সিরিজটি দাঁড়াবে : ক, খ, (ক + খ), (ক + ২খ), (২ক + ৩খ), ...ইত্যাদি।

প্রথম	—	(ক)		
দ্বিতীয়	—	(খ)		
তৃতীয়	—	(ক	+	খ)
চতুর্থ	—	(ক	+	২খ)
পঞ্চম	—	(২ক	+	৩খ)
ষষ্ঠ	—	(৩ক	+	৫খ)
সপ্তম	—	(৫ক	+	৮খ)
অষ্টম	—	(৮ক	+	১৩খ)
নবম	—	(১৩ক	+	২১খ)
দশম	—	(২১ক	+	৩৪খ)
যোগফল		(৫৫ক	+	৮৮খ)

এই সিরিজের সপ্তম রাশিটি (৫ক + ৮খ)। একে ১১ দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যায় (৫৫ক + ৮৮খ), যা প্রথম ১০টি রাশির যোগফল।

আপনি জাদু দেখানোর সময় ফিবনাচ্চি সিরিজের এই বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করেছেন।

ফিবনাচ্চি সিরিজটি গণিতের এক অভাবনীয় সিরিজ। প্রথমে মনে হয় এটা এক নীরস ও নিষ্প্রাণ বিষয়, শুধুই কিছু সংখ্যাসজ্জা। আসলে এই সিরিজটি জীবনমুখী। যেমন আমাদের একটি মাথা, দুটি হাত, কানের চক্ররেখা তিন, আঙুলের সংখ্যা পাঁচ—এগুলো সবই ফিবনাচ্চি সংখ্যা! বিভিন্ন ফুলের পাপড়ির বিন্যাস লক্ষ করলে দেখা যাবে, প্রথম সারিতে দুই, দ্বিতীয় সারিতে তিন, তৃতীয় সারিতে পাঁচ...পাপড়ি রয়েছে। এটা ফিবনাচ্চি সিরিজ অনুসরণ করে। কোনো খরগোশের খামারে এক জোড়া খরগোশ থেকে প্রথমে এক জোড়া, পরের মাসে দুই জোড়া, সেখান থেকে চার জোড়া...যা ফিবনাচ্চি সিরিজ। আসলে ফিবনাচ্চি সিরিজটি জীবন থেকে নেওয়া।

যোগফল = বর্গফল

কোনো ঘরোয়া অনুষ্ঠানে ছেলেমেয়েদের আপনি গণিতের কিছু ধাঁধা ধরে সবাইকে তাক লাগিয়ে দিতে পারেন। যেমন, আপনি জিজ্ঞেস করলেন, তোমাদের মধ্যে এমন কোনো গণিতজ্ঞ কি আছ যে কোনো পূর্ণ বর্গসংখ্যাকে কিছু সংখ্যার যোগফল হিসেবে প্রকাশ করাতে পারে?

সবাই হয়তো বিষয়টা বুঝিয়ে বলার অনুরোধ করবে।

সে ক্ষেত্রে আপনি বললেন, যেমন ধরো ১৬ (= ৪ × ৪) একটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা। আমরা লিখতে পারি,

$$১৬ = ১ + ২ + ৩ + ৪ + ৩ + ২ + ১ = ১৬$$

এবার আপনি প্রশ্ন করলেন, ২২৫ (= ১৫ × ১৫) একটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা। একে কিছু সংখ্যার যোগফল হিসেবে দেখাতে পারবে কি?

এর সহজ উত্তর হলো, আগের উদাহরণে যেভাবে রাশিমালা লেখা হয়েছে, ঠিক সেভাবে ১৫ পর্যন্ত লিখে আবার বিপরীত ধারায় ১ পর্যন্ত যেতে হবে। এদের যোগফলই সেই পূর্ণ বর্গসংখ্যা।

কীভাবে করবেন

প্রথমে প্রদত্ত পূর্ণ বর্গসংখ্যাটির বর্গমূল বের করে ১ থেকে শুরু করে ওই সংখ্যা পর্যন্ত এবং আবার বিপরীত ধারায় ১ পর্যন্ত সিরিজটি সাজাতে হবে। এই সিরিজের যোগফলই ওই পূর্ণ বর্গসংখ্যা।

কেন এরকম হয়

ধরা যাক, $(ক)^২$ সংখ্যাটিকে একটি সিরিজের যোগফল হিসেবে দেখাতে হবে। সিরিজটি হবে—

$$১ + ২ + ৩ + ... + (ক-১) + ক + (ক-১) + ...৩ + ২ + ১$$

আমাদের সিরিজকে দুটি ভাগে ভাগ করা যায়। এর প্রথম ভাগে রয়েছে ১ থেকে শুরু করে (ক-১) পর্যন্ত। এরপর মাঝখানে থাকবে (ক)। পরবর্তী ধাপে, দ্বিতীয় অংশে রয়েছে বিপরীত প্রক্রিয়ায় গঠিত সিরিজ, (ক-১) থেকে শুরু করে ১ পর্যন্ত। এই দ্বিতীয় অংশ ১ থেকে শুরু করে (ক-১) পর্যন্ত প্রথম ভাগের রাশিমালার যোগফলের সমান। অর্থাৎ ১ থেকে ক পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যার সিরিজের যোগফলের দ্বিগুণ থেকে শুধু 'ক' বিয়োগ করলেই আমরা আমাদের পুরো সিরিজটির যোগফল পাব।

আমরা প্রথমে ১ থেকে শুরু করে ক পর্যন্ত সিরিজের যোগফল বের করব।

আমরা জানি, এ ধরনের রাশিমালার যোগফল =

$$(প্রথম\ পদ + শেষ\ পদ) \times (পদসংখ্যা) \div ২।$$

$$= (১ + ক) \times (ক) \div ২$$

এই রাশিমালাকে ২ দিয়ে গুণ করে 'ক' বিয়োগ করলে থাকবে $(ক)^২$, যা আমাদের সিরিজের যোগফল।

এটি খুব কৌতূহলোদ্দীপক একটি বৈশিষ্ট্য। আপনি যেকোনো পূর্ণ বর্গসংখ্যার বর্গমূল বের করুন। এরপর চট করে সিরিজটি লিখে এর যোগফল হিসেবে পূর্ণ বর্গসংখ্যাকে প্রকাশ করে সবাইকে অবাক করে দিতে পারেন। আপনি যে বর্গমূল বের করে তারপর সিরিজটি লিখেছেন, সেটা অন্যদের জানতে দেবেন না। তাহলে তো রহস্য ফাঁস হয়ে যাবে। বর্গমূলটি ধরে আপনি এমনভাবে সিরিজটি লিখবেন যে কারও মাথায়ও ঢুকবে না কীভাবে এটা সম্ভব হলো!

সংখ্যা ও বিপরীত সংখ্যার মিল

দুই অঙ্কের এমন একটি সংখ্যা কি হতে পারে, যাকে উল্টে লিখলে একটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা হবে, যার বর্গমূলকে দুবার লিখে যোগ করলে প্রথম সংখ্যাটি পাওয়া যাবে?

আরও পরিষ্কারভাবে বলা যায়, যদি সংখ্যাটি হয় (ক খ) এবং যদি (খ ক) = (গ)^{২} হয় তাহলে (গ + গ) = (ক খ) হবে।

সামান্য পরীক্ষা-নিরীক্ষা করে এরকম একটি সংখ্যা পাওয়া যাবে। সংখ্যাটি হলো ১৮। কারণ,

১৮ = ৯ + ৯ এবং ৮১ = ৯ × ৯ !

অভিন্ন বর্গ ও ঘনসংখ্যা

এমন কোনো সংখ্যা কি আছে, যা একই সঙ্গে পূর্ণ বর্গ ও পূর্ণ ঘন?
আছে। সংখ্যাটি ৬৪।

৬৪ = ৮ × ৮ = ৪ × ৪ × ৪ !

জটিল সমীকরণ

১ থেকে ৯ পর্যন্ত অঙ্কগুলো একবারের বেশি ব্যবহার না করে নিচের ঘরগুলো পূরণ করুন, যেন সমীকরণটি মিলে যায় :

□□ × □ = □□□ = □□ × □

খুব সোজা, ৫ ৮ × ৩ = ১ ৭ ৪ = ২ ৯ × ৬ !

এই জাদু বেশি দেখাবেন না

বাংলায় গণনা

তুমুল আড্ডা চলছে। বিশ্ববিদ্যালয়ের শেষ পর্বের শিক্ষার্থীরা তাদের শিক্ষাজীবনের সমাপনী মিলনমেলায় টিএসসিতে জড়ো হয়েছে। আপনি একটা মজার জাদু দেখাবেন বলে ঘোষণা দিলেন।

সবাই চেঁচিয়ে উঠল, কী জাদু দেখাবি রে যাদু?

আপনি কিছু না বলে কাগজে কিছু একটা লিখে খামে ভরে স্কচ টেপ দিয়ে মুখ বন্ধ করে এক বন্ধুর কাছে রাখতে দিলেন।

এবার জাদু শুরু। আপনি কোনো এক বন্ধুকে কাগজ-কলম নিয়ে একটি বড় সংখ্যা বাংলা ভাষায় লিখতে বলুন। এরপর বাংলায় লেখা শব্দগুলোর বর্ণসংখ্যা গুনে প্রতিটি শব্দের নিচে অঙ্কে প্রকাশ করতে বলুন।

যেমন, আপনার বন্ধু লিখল, চৌত্রিশ লাখ আট হাজার তিনশ এগারো। এখন চৌত্রিশ লাখ, আট, হাজার, তিনশ, এগারো প্রভৃতি শব্দের নিচে প্রতিটির বর্ণসংখ্যা অঙ্কে লিখতে হবে :

চৌত্রিশ	লাখ	আট	হাজার	তিনশ	এগারো
৩	২	২	৩	৩	৩

এবার এই অঙ্কগুলোর যোগফল, এ ক্ষেত্রে ১৬, বাংলা বর্ণে লিখতে বলুন এবং পূর্বের মতোই আবার সেই শব্দের বর্ণসংখ্যা অঙ্কে লিখতে বলুন। এভাবে যেখানে শেষ হবে, সেই অঙ্ক বাংলা বর্ণে লিখতে বলুন। ব্যাপারটা দাঁড়াবে এরকম :

চৌত্রিশ লাখ আট হাজার তিনশ এগারো

৩ ২ ২ ৩ ৩ ৩

(৩ + ২ + ২ + ৩ + ৩ + ৩ = ১৬)

ষোলো

২

দুই

২

যেহেতু দুই সবচেয়ে শেষ ধাপ, মানে এর পরের ধাপেও সেই দুই-ই আসবে, তাই এখানেই থামতে হবে।

এখন আপনি বন্ধুকে আপনার বন্ধ করা খামটি খুলে দেখতে বলুন, সেখানে কী লেখা আছে? দেখা গেল আপনি আগেই 'দুই' লিখে রেখেছেন!

আপনার ভবিষ্যদ্বাণী টায়ে টায়ে মিলে যাওয়ায় সবাই অবাক। এটা কি করে সম্ভব! কারও বিশ্বাস হয় না। তাই সবাই ধরল, আবার করতে হবে। এবার অন্য একটি বড় সংখ্যা লিখব। দেখি তোর ভবিষ্যদ্বাণী কেমন ফলে?

আপনি কিন্তু কিছুতেই রাজি হবেন না। সবিনয়ে জানিয়ে দিন, ওস্তাদের নিষেধ আছে, এই জাদু এক আসরে একবারের বেশি দেখানো যাবে না!

দুবার দেখানো নিষেধ কেন

কারণ, দুবার দেখাতে গেলে আপনার জারিজুরি সব ফাঁস হয়ে যাবে। প্রতিবারেই উত্তর দুই। দর্শক যেকোনো সংখ্যাই ধরুক না কেন, ওই দুই-ই হবে শেষ ধাপ। এটা পরীক্ষা করে দেখতে পারেন।

এ ব্যাপারটি বেশ মজার। এ রকম যে হতে পারে, তা সাধারণত ভেবে দেখা হয় না। যাঁরা ভাষা নিয়ে গবেষণা করেন, তাঁদের পক্ষে এটা বোঝা সহজ। কারণ, এক থেকে নয় পর্যন্ত অঙ্ক কথায় লিখলে কী দাঁড়ায়, সেটি এখানে মূল বিবেচ্য। সে কথায় পরে আসছি। এখন অন্য একটি সংখ্যা নিয়ে হিসাব করি।

ধরা যাক, আপনার বন্ধু ধরল, ১১ কোটি ১৭ লাখ ১৬ হাজার ৯০৫, যা খুব বড় একটি সংখ্যা। এখন নিয়ম অনুযায়ী কথায় ও অঙ্কে লিখলে নিচের চিত্রটি পাওয়া যাবে :

এগারো কোটি সতেরো লাখ ষোলো হাজার নয়শ পাঁচ

৩ ২ ৩ ২ ২ ৩ ৩ ২

(৩ + ২ + ৩ + ২ + ২ + ৩ + ৩ + ২ = ২০)

কুড়ি

২

দুই

২

আপনি যদি বারবার এই জাদু দেখান, তাহলে তো ধরা পড়ে যাবেন। কারণ, প্রতিবার দুই হবেই। তাহলে আর জাদু কিসের!

কী, ঠিক কি না?

ইংরেজিতেও জাদুটি চলে

বন্ধুদের হতাশ করবেন না। যদিও এক আসরে একবারের বেশি এই জাদু দেখানো মানে নিজের কৃতিত্ব হেলায় হারোনো, তবু একটু দুষ্টুমি করতে পারেন।

আপনি বলুন, তোমরা যখন এত চাইছ, তাহলে এক কাজ করা যাক। বাংলায় তো দেখলেই এই অসাধারণ জাদু, এবার তোমরা ইংরেজিতে একটা সংখ্যা ধরো তো।

এরপর আপনি আগের মতোই কাগজে একটা সংখ্যা লিখে খামে রেখে মুখ বন্ধ করে কাউকে রাখতে দিন।

এবার বলুন একটা সংখ্যা ধরতে।

আপনার কোনো বন্ধু আগের নিয়মে ইংরেজিতে কথায় ও অঙ্কে সংখ্যাগুলো সাজালেন।

ধরা যাক, আপনার বন্ধু বলেছে, 3,730,246 (থ্রি মিলিয়ন, সেভেন হানড্রেড থারটি থাউজেন্ড, টু হান্ড্রেড, ফরটি সিক্স)। সাজিয়ে লিখলে দাঁড়াবে :

three million seven hundred thirty thousand two hundred forty six

5 7 5 7 6 8 3 7 5 3

$(5 + 7 + 5 + 7 + 6 + 8 + 3 + 7 + 5 + 3 = 56)$

fifty six

5 3

$(5 + 3 = 8)$

eight

5

five

4

(four)

4

এবার আপনি বন্ধুকে বলুন আপনার খামটি খুলে দেখতে। সেখানে কী লেখা আছে? আপনি আগেই four লিখে রেখেছেন!

সবাই হতবাক! ধন্য ধন্য পড়ে গেল চারদিকে।

এবার আপনি সহাস্যে মাথা নুইয়ে সবার প্রশংসা গ্রহণ করুন।

কীভাবে জানলেন উত্তর?

প্রথমে আপনি বলেছেন দুই। আপনি চিন্তা করে দেখুন, ১ থেকে ৯ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বাংলা ভাষায় লিখলে প্রতিটির অঙ্কসংখ্যা হবে দুই। সুতরাং আপনি যত বড় সংখ্যাই লিখুন, নিয়ম অনুযায়ী সারিগুলো পরপর সাজালে শেষ পর্যন্ত যখন এক অঙ্কে গিয়ে দাঁড়াবে, কথায় লিখলে তার বর্ণসংখ্যা হবে দুই। দুইয়ে গিয়ে ঠেকবেই। এই সূত্র জানা থাকলেই আপনি জাদুর নাম করে স্বচ্ছন্দে আগেই উত্তরটি লিখে দিতে পারবেন।

ইংরেজিতে কেন four

এই জাদুর নিয়ম অনুযায়ী ইংরেজি ভাষায় সর্বশেষ যে অঙ্কটিতে গিয়ে থামতে হবে, তার বর্ণসংখ্যা four. অবশ্য one, two, six প্রভৃতি অঙ্কের বর্ণসংখ্যা তিন, কিন্তু ইংরেজি বর্ণে লিখলে সেটা দাঁড়াবে three, যার অঙ্কসংখ্যা পাঁচ, মানে five, যার বর্ণসংখ্যা four!

সংখ্যার জাদু

আপনি একটি কাগজে একটি সংখ্যা লিখে সবার সামনে খামে ভরে মুখটা স্কচ টেপ দিয়ে আটকিয়ে একজনের হাতে দিয়ে রাখুন।

এবার বন্ধুদের একজনকে তিন অঙ্কের যেকোনো একটি সংখ্যা গোপনে লিখতে বলুন। কত সংখ্যা লেখা হয়েছে, তার কিছুই আপনি জানতে পারছেন না। শুধু অনুরোধ করুন যেন সংখ্যার অঙ্কগুলো বাঁ থেকে ডানে বড় থেকে ক্রমান্বয়ে ছোট হয় (যেমন, ৮৫৪)।

এবার সংখ্যাটিকে উল্টে লিখে আগের সংখ্যা থেকে বিয়োগ করতে বলুন।

এই বিয়োগফলের সঙ্গে এর উল্টো সংখ্যাটি যোগ করতে বলুন।

ফলাফল কত?

ধরা যাক, প্রথমে লেখা হলো
তাহলে পরবর্তী ধাপগুলো হবে,

$$\begin{array}{r} ৯৭৩ \\ -\ ৩৭৯ \\ \hline ৫৯৪ \\ +\ ৪৯৫ \\ \hline ১০৮৯ \end{array}$$

এবার আপনি বন্ধুকে খামটি খুলে দেখতে বলুন কত লেখা আছে। দেখা গেল, আপনি আগেই ১০৮৯ সংখ্যাটি লিখে রেখেছেন!

কীভাবে জানলেন ফল কত হবে

শত বছর ধরে সংখ্যার এই মজার জাদুটি চলে আসছে। আপনি যেকোনো সংখ্যাই ধরুন না কেন, নিয়ম অনুযায়ী উল্টে-পাল্টে যোগ-বিয়োগ করার পর সব সময় ১০৮৯ সংখ্যাটিই পাবেন। সুতরাং আপনি শুধু এ সংখ্যা মনে রাখলেই জাদু দেখাতে পারবেন।

কেন ১০৮৯

তিন অঙ্কের যেকোনো সংখ্যাকে উল্টে লিখে বিয়োগ করলে আমরা সব সময় পাব সংখ্যাটির প্রথম ও শেষ অঙ্কের বিয়োগফলের ৯৯ গুণ একটি সংখ্যা :

ধরা যাক কখগ সংখ্যাটি ধরা হলো।

তাহলে বিয়োগফলটি হবে, (কখগ - গখক)

= (ক × ১০০ + খ × ১০ + গ × ১) - (গ × ১০০ + খ × ১০ + ক × ১)

= (ক × ১০০ + গ × ১) - (গ × ১০০ + ক × ১)

= ১০০ × (ক - গ) + (গ - ক)

= ১০০ × (ক - গ) - (ক - গ)

= ৯৯ × (ক - গ)

অর্থাৎ বিয়োগফলটি ৯৯-এর ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ বা ৯ গুণ হবে। সুতরাং সংখ্যাগুলো ১৯৮, ২৯৭, ৩৯৬, ৪৯৫, ৫৯৪, ৬৯৩, ৭৯২ বা ৮৯১ হতে পারে। এই সংখ্যাগুলোর প্রধান বৈশিষ্ট্য হলো, এদের প্রতিটির সঙ্গে এর উল্টো সংখ্যার যোগফল সব সময়ই হবে ১০৮৯!

এখানে লক্ষণীয়, আপনি প্রথমেই বলে নিয়েছেন, সংখ্যাটি হতে হবে এমন যেন ক > গ হয়। সে কারণেই শেষ ধাপে (ক-গ)-এর মান সব সময় ধনাত্মক হবে।

ঝটপট গণিত

পারফেক্ট নম্বর

সবচেয়ে ছোট পারফেক্ট নম্বর কত? ঝটপট উত্তর দিতে হবে।

এরকম প্রশ্নের উত্তর বের করার জন্য প্রথমে পারফেক্ট নম্বর সম্পর্কে জানা দরকার। পারফেক্ট নম্বর হলো একধরনের বৈশিষ্ট্যপূর্ণ সংখ্যা। আমরা জানি, সব সংখ্যাকেই কয়েকটি উৎপাদকে ভাগ করা যায়। এদের মধ্যে যেসব সংখ্যা তাদের উৎপাদকগুলোর যোগফলের সমান, সেগুলোকে পারফেক্ট নম্বর বলে।

সংখ্যা নিয়ে সামান্য নাড়াচাড়া করলেই দেখা যাবে, সবচেয়ে ছোট পারফেক্ট নম্বর হলো ৬। কারণ, এর উৎপাদকগুলো হলো ১, ২ ও ৩, যাদের যোগফল ১ + ২ + ৩ = ৬

এর পরের পারফেক্ট নম্বর হলো ২৮। এর উৎপাদকগুলো যথাক্রমে ১, ২, ৪, ৭ ও ১৪। এদের যোগফল, ১ + ২ + ৪ + ৭ + ১৪ = ২৮।

এর পরের পারফেক্ট নম্বর হলো ৪৯৬!

বর্গসংখ্যা ও ঘনসংখ্যা

দুই অঙ্কের কোন সংখ্যা একটি বর্গসংখ্যার চেয়ে ১ বেশি ও একটি ঘনসংখ্যার চেয়ে ১ কম?

এটা বের করার জন্য আমরা দুই অঙ্কের যে কয়টি বর্গ ও ঘনসংখ্যা আছে, সেগুলো মনে মনে হিসাব করে দেখব, এদের মধ্যে ২-এর পার্থক্য কোন দুটি সংখ্যায় আছে। তাহলেই আমরা উত্তর পেয়ে যাব। এরকম দুটি সংখ্যা হলো

২৫ ও ২৭। প্রথমটি ৫-এর বর্গ ও দ্বিতীয়টি ৩-এর ঘনফল। সুতরাং বৈশিষ্ট্যপূর্ণ সংখ্যাটি হচ্ছে ২৬।

এরকম আরেকটি মজার ধাঁধা ধরা যায়। তিনটি ক্রমিক অঙ্ক নিয়ে গঠিত এমন একটি সংখ্যা বের করতে হবে, যা একটি ঘনসংখ্যার চেয়ে ২ কম ও একটি বর্গসংখ্যার চেয়ে ২ বেশি। এখানে লক্ষণীয়, সংখ্যাটি তিনটি ক্রমিক অঙ্কে গঠিত। সুতরাং হিসাব সহজ হয়ে গেল। প্রথমে দেখব, তিন অঙ্কের এমন কোনো সংখ্যা পাওয়া যায় কি না, যার চেয়ে ২ কমালে সংখ্যাটিতে তিনটি ক্রমিক অঙ্ক থাকতে পারে। লক্ষ করলে দেখব, তিন অঙ্কের ঘনসংখ্যাগুলো হলো ১২৫ = $(৫)^৩$, ২১৬ = $(৬)^৩$, ৩৪৩ = $(৭)^৩$, ৫১২ = $(৮)^৩$ ও ৭২৯ = $(৯)^৩$। এই পাঁচ সংখ্যার মধ্যে শুধু ১২৫ শর্তগুলো পূরণ করে। কারণ এর চেয়ে ২ কম সংখ্যাটি হলো ১২৩, যা তিনটি ক্রমিক অঙ্কে গঠিত এবং যা একটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা ১২১ (= ১১ × ১১)-এর চেয়ে ২ বেশি।

৩ দ্বারা বিভাজ্য

কোনো একটি বড় সংখ্যা, ধরা যাক ২, ২৬, ২৯, ৫৯৪। চট করে বলতে হবে এই বিরাট সংখ্যা ৩ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য কি না?

বিভাজ্যতা নির্ণয়ের একটা সহজ উপায় আছে। সংখ্যাটির অঙ্কগুলো যোগ করি। প্রাপ্ত যোগফল একাধিক অঙ্কের হলে আবার একইভাবে যোগ করি। এভাবে এক অঙ্কে না পৌঁছা পর্যন্ত যোগ করে যেতে হবে। শেষ যোগফলটি যদি ৩, ৬ অথবা ৯ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তাহলে নিশ্চিতভাবে বলা যাবে যে মূল সংখ্যাটি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য। যেমন, ২৯৭ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য, কারণ ২ + ৯ + ৭ = ১৮, ১ + ৮ = ৯।

এভাবে প্রদত্ত বিশাল সংখ্যাটি পরীক্ষা করে দেখা যায়। ২ + ২ + ৬ + ২ + ৯ + ৫ + ৯ + ৪ = ৩৯, ৩ + ৯ = ১২, ১ + ২ = ৩। সুতরাং নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে ২, ২৬, ২৯, ৫৯৪ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

স্মরণীয় বছর

১৯৭৮ সালটি আমার কাছে খুব স্মরণীয়। কারণ, ওই বছর আমাদের বিয়ে হয়। প্রতিবছর বিবাহবার্ষিকীতে আমরা ওই সাল মনে করি। বিশেষভাবে মেইন স্ট্রিট প্রকাশনার *ক্ল্যাসিক ম্যাথম্যাজিক* বইটি পড়ার পর থেকে আমি সালটির প্রতি মোহাবিষ্ট হয়ে পড়ি। কারণ, ১৯৭৮ সালটি এমন যে, এর

দুপাশের সংখ্যা দুটি, ১৯ ও ৭৮ যোগ করলে পাই ৯৭, যা এর মাঝখানের সংখ্যা।

এখন প্রশ্ন হলো, এরকম স্মরণীয় পরবর্তী বছরটি কত? কবে আসবে এরকম আরেকটি বছর?

এটি বের করা সহজ নয়। তবে একনজর দেখে বোঝা যায় যে, এরকম সাল ২০ বা ২১ শতকে হবে না। কারণ, সে ক্ষেত্রে মাঝখানের সংখ্যাটি সব সময় প্রথম দুটি অঙ্ক ২০ বা ২১-এর চেয়ে ছোট। ২২ শতকে বা তার চেয়েও বেশি বছরে হতে পারে। বিভিন্নভাবে হিসাব কষে দেখত হবে কোন সালটি এই শর্ত পূরণ করে।

পরবর্তী স্মরণীয় সালটি হলো ২৩০৭। ২৩ + ০৭ = ৩০! সুতরাং আমাদের মতো আরেকটি স্মরণীয় সাল পেতে হলে অপেক্ষা করতে হবে আরও প্রায় ৩০০ বছর। সেই সালটিতে হয়তো কোনো সৌভাগ্যবান জুটি বিবাহসূত্রে আবদ্ধ হবে!

ক্যালকুলেটর নিষেধ

প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\left(\frac{১}{২}\right) \times \left(\frac{৩}{৪}\right) \times \left(\frac{৫}{৬}\right) \times \left(\frac{৭}{৮}\right) \times \ldots\ldots \times \left(\frac{৯৯}{১০০}\right) < \left(\frac{১}{১০}\right) ।$$

কোনো ক্যালকুলেটর ছাড়া এই জটিল সমস্যার সমাধান বের করা কি সম্ভব?

এখানে একটু বুদ্ধি খাটাতে হবে। আমরা যদি বাঁ পাশের রাশিমালাকে $\left(\frac{২}{৩}\right) \times \left(\frac{৪}{৫}\right) \times \left(\frac{৬}{৭}\right) \times \left(\frac{৮}{৯}\right) \times \ldots\ldots \times \left(\frac{৯৮}{৯৯}\right) \times ১$ দিয়ে গুণ করি, তাহলে পুরো রাশিমালা দাঁড়াবে,

$$\left(\frac{১}{২}\right) \times \left(\frac{২}{৩}\right) \times \left(\frac{৩}{৪}\right) \times \left(\frac{৪}{৫}\right) \times \left(\frac{৫}{৬}\right) \times \left(\frac{৬}{৭}\right) \times \left(\frac{৭}{৮}\right) \times \ldots\ldots \times \left(\frac{৯৮}{৯৯}\right) \times \left(\frac{৯৯}{১০০}\right) \times ১।$$

এখানে প্রথম পদের হর দ্বিতীয় পদের লবের সঙ্গে কাটাকাটি হয়ে যাবে। এভাবে হর-লব কাটাকাটি হয়ে শেষ পর্যন্ত থাকবে শুধু $\left(\frac{১}{১০০}\right)$।

আমাদের হিসাবের বিষয় হলো প্রথম রাশিমালা। এই রাশিমালার মান দ্বিতীয় রাশিমালার চেয়ে কম। কারণ, প্রথম রাশিমালার প্রতিটি পদ দ্বিতীয় রাশিমালার অনুরূপ পদের চেয়ে ছোট।

যেমন, $\left(\frac{১}{২}\right) < \left(\frac{২}{৩}\right)$, $\left(\frac{৩}{৪}\right) < \left(\frac{৪}{৫}\right)$, $\left(\frac{৫}{৬}\right) < \left(\frac{৬}{৭}\right)$ ইত্যাদি।

সুতরাং আমরা বলতে পারি, প্রথম রাশিমালাকে বর্গ করলে তা $\left(\frac{১}{১০০}\right)$ থেকে ছোট হবে। তাহলে নিশ্চয়ই প্রথম রাশিমালা $\left(\frac{১}{১০০}\right)$-এর বর্গমূলের চেয়ে ছোট। অর্থাৎ, প্রথম রাশিমালা $< \left(\frac{১}{১০}\right)$।

বিপরীত রাশি

এমন তিনটি অঙ্ক কি পাওয়া যাবে যাদের বিপরীত (রেসিপ্রোকাল) রাশিগুলোর যোগফল ১ হবে? এই ধাঁধাটি বেশ মজার। একটু চিন্তা করলেই দেখা যাবে যে ২, ৩ ও ৬ হলো এরকম তিনটি অঙ্ক। $\frac{১}{২} + \frac{১}{৩} + \frac{১}{৬} = \frac{৬}{৬} = ১$। এটা একমাত্র সমাধান যেখানে অঙ্ক তিনটি পৃথক। এ ছাড়া অন্য সমাধান হতে পারে ২, ৪ ও ৪ $\left(\frac{১}{২} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} = \frac{৪}{৪} = ১\right)$ এবং ৩, ৩ ও ৩ $\left(\frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} = \frac{৩}{৩} = ১\right)$। কিন্তু এসব ক্ষেত্রে একই অঙ্ক দুই বা তিনবার ব্যবহার করা হয়েছে।

প্রাইম নম্বর

০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭, শূন্য থেকে ৭ পর্যন্ত এই আট অঙ্ককে এমনভাবে সাজাতে হবে যেন যেকোনো দুটি পরপর লেখা অঙ্কের যোগফল একটি প্রাইম নম্বর হয়। এখানে মনে রাখা দরকার যে ১ ও ওই সংখ্যা ছাড়া অন্য কোনো উৎপাদক না থাকলে সেই সংখ্যাকে প্রাইম নম্বর বলে এবং ১-কে প্রাইম নম্বর ধরা হয় না।

সামান্য চেষ্টা করলেই দেখা যাবে, এ সমস্যার একাধিক সমাধান আছে। একটি সমাধান হলো, ০ ৩ ৪ ৭ ৬ ১ ২ ৫ ।

বর্গের সমষ্টি

এই চমৎকার ধাঁধা প্রথম পড়েছি *ক্ল্যাসিক ম্যাথম্যাজিক* বইয়ে। হয়তো কেউ লক্ষ করেছেন যে প্রায় সব সংখ্যাকে কয়েকটি পৃথক পূর্ণ বর্গসংখ্যার যোগফল হিসেবে প্রকাশ করা যায়। যেমন,

$$১৫০ = ১০০ + ৪৯ + ১ = (১০)^২ + (৭)^২ + (১)^২$$

১৫০-এর চেয়ে বড় যেকোনো সংখ্যাকে কয়েকটি পৃথক পূর্ণ বর্গসংখ্যার যোগফল হিসেবে দেখানো যায়। কিন্তু ৩৭টি সংখ্যা আছে যাদের এভাবে প্রকাশ করা যায় না। এদের মধ্যে সবচেয়ে বড় কোনটি?

১২৮ হলো সবচেয়ে বড় সংখ্যা, যাকে কয়েকটি পৃথক পূর্ণ বর্গসংখ্যার যোগফল হিসেবে দেখানো যায় না। কারণ, ১২৮ - ১০০ = ২৮, যা ওইভাবে প্রকাশ করা যায় না। একইভাবে ১২৮ - ৮১ = ৪৭, যা শর্তানুযায়ী প্রকাশ করা যায় না।

প্রসঙ্গক্রমে ১২৯ থেকে ১৫০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর প্রকাশবিন্যাস এখানে উল্লেখ করা যায় :

১২৯ = ১০০ + ২৫ + ৪
১৩০ = ১০০ + ২৫ + ৪ + ১
১৩১ = ৮১ + ৪৯ + ১
১৩২ = ৮১ + ২৫ + ১৬ + ৯ + ১
১৩৩ = ৮১ + ৩৬ + ১৬
১৩৪ = ৮১ + ৩৬ + ১৬ + ১
১৩৫ = ১০০ + ২৫ + ৯ + ১
১৩৬ = ১০০ + ৩৬
১৩৭ = ১০০ + ৩৬ + ১
১৩৮ = ১০০ + ২৫ + ৯ + ৪
১৩৯ = ১০০ + ২৫ + ৯ + ৪ + ১
১৪০ = ১০০ + ৩৬ + ৪

১৪১ = ১০০ + ৩৬ + ৪ + ১
১৪২ = ১০০ + ২৫ + ১৬ + ১
১৪৩ = ৮১ + ৩৬ + ২৫ + ১
১৪৪ = ১৪৪
১৪৫ = ১৪৪ + ১
১৪৬ = ১০০ + ৩৬ + ৯ + ১
১৪৭ = ৮১ + ৩৬ + ২৫ + ৪ + ১
১৪৮ = ১৪৪ + ৪
১৪৯ = ১০০ + ৪৯
১৫০ = ১০০ + ৪৯ + ১

আমি কে

বলুন তো আমি কে? কিছু সূত্র দিচ্ছি :

১. আমি একটি সংখ্যা
২. আমি যদি ৪-এর গুণিতক (মাল্টিপল) না হই, তাহলে আমি ৬০ থেকে ৬৯-এর মধ্যে আছি
৩. আমি যদি ৩-এর গুণিতক হই, তাহলে আমি ৫০ থেকে ৫৯-এর মধ্যে আছি
৪. আমি যদি ৬-এর গুণিতক না হই, তাহলে আমি ৭০ থেকে ৭৯-এর মধ্যে আছি

এখন বলুন তো আমি কোন সংখ্যা?

গণিতের যুক্তি খাটিয়ে এই ধাঁধার উত্তর বের করা যায়।

তৃতীয় শর্ত অনুযায়ী, আমি যদি ৩-এর গুণিতক হই, তাহলে আমি হতে পারি ৫১, ৫৪ বা ৫৭। কিন্তু যেহেতু এদের কোনোটাই ৪-এর গুণিতক নয়, তাই ১ নং শর্ত অনুযায়ী এই সংখ্যাগুলোর কোনোটাই আমি হতে পারি না। সুতরাং আমি আসলে ৩-এর গুণিতক নই। আমি যদি ৩-এর গুণিতক না হই, তাহলে আমি ৬-এর গুণিতকও হব না। সে ক্ষেত্রে চতুর্থ শর্ত অনুযায়ী আমি ৭০, ৭১, ৭৩, ৭৪, ৭৫, ৭৬, ৭৭, বা ৭৯ হতে পারি। কিন্তু দ্বিতীয় শর্ত বলছে, আমাকে ৪-এর গুণিতক হতে হবে। যেহেতু ওপরের তালিকার মধ্যে ৪-এর গুণিতক রয়েছে একমাত্র ৭৬, তাই আমি ৭৬!

ও, এই ব্যাপার

গণিতের অনেক বড় বড় হিসাব চোখের পলকে করে ফেলা যায়। প্রথমে মনে হয়, এ কী করে সম্ভব? কিন্তু নিয়মটা জানলে নিজের মনেই বলে উঠবেন, ও, এই ব্যাপার! শরীরচর্চা স্বাস্থ্য ঠিক রাখে, আর গণিতচর্চা শাণিত করে মস্তিষ্ক। মস্তিষ্কের উৎকর্ষ সাধনের জন্য গণিতের কঠিন প্রশ্ন নিয়ে নিয়মিত অনুশীলন করা দরকার।

বিশ্বের বড় বড় গণিতবিদ অনেক গবেষণা করে গণিতের বিভিন্ন কঠিন প্রশ্নের সমাধান বের করেছেন। কোনো কোনো প্রশ্নের সমাধানের জন্য প্রথমে এমন সব জটিল ও বিশাল সমীকরণ তৈরি করতে হয়েছে, যার সমাধান বের করতে পারলেই কঠিন প্রশ্নটির উত্তর পাওয়া যাবে। শুধু রহস্যের সমাধান নয়, সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় জটিল সমীকরণও তাঁদের আবিষ্কার করতে হয়েছে। এখানেই গণিতবিদদের কৃতিত্ব।

বিভিন্ন বই, গণিতের জার্নাল ও ইন্টারনেটে এ ধরনের জাদুর গণিত সম্পর্কে অনেক মজার সমস্যা ও সমাধান পাওয়া যায়। এর কৃতিত্ব বিশ্বখ্যাত গণিতবিদদের প্রাপ্য। তাঁদের অনেকের নাম আমরা জানি। আবার অনেক সমস্যা শত শত বছর ধরে প্রজন্মের পর প্রজন্মে সঞ্চালিত হয়ে আজ আমাদের হাতে পৌঁছেছে। তাঁদের অনেকের নাম হয়তো ইতিহাসের পাতায় লেখা আছে, আমরা জানি না। জানা ও অজানা গণিতবিদদের সবার প্রতি রইল আমাদের কৃতজ্ঞতা।

এত বড় গুণ

পারিবারিক অনুষ্ঠানে ছোট-বড় অনেকে এসেছে। আপনি যে গণিতের চমৎকার জাদু দেখাতে পারেন, এটা সবাই জানে। এই সুযোগ নিয়ে

আপনি ঘোষণা দিলেন, এই যে দেখো সবাই, গণিতের দারুণ একটা জাদু। অবাক করা খেলা। তোমরা কেউ একটা অঙ্ক ধরবে, আমি সেই অঙ্ক দিয়ে এমন একটা বড় সংখ্যা উপহার দেব, যা তোমরা কল্পনাও করতে পারবে না।

সূচনায় এ কটা কথা বলে আপনি একটি কাগজে খসখস করে একটা বিরাট সংখ্যা লিখলেন। এই সংখ্যাটা বড় হলেও মনে রাখা কঠিন কিছু নয়। সংখ্যাটা হলো ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৯। অর্থাৎ ১ থেকে ৯ পর্যন্ত অঙ্কগুলো পরপর বসানো হয়েছে। শুধু ৮ নেই। আপনি সবাইকে বললেন, এটা আমার জাদুর সংখ্যা! আপনি বেশ আস্থার সঙ্গে বলুন, এবার দেখো জাদু কাকে বলে।

আপনি উপস্থিত এক বন্ধুকে ১ থেকে ৯-এর মধ্যে যেকোনো একটি অঙ্ক ধরতে বলুন। যেকোনো একটি অঙ্ক, যেটা তার পছন্দের। তাকে জিজ্ঞেস করুন অঙ্কটি কত। সেই অঙ্কটি শোনার পর আপনি সামান্য সময় মনে মনে হিসাব করে একটি সংখ্যা বের করুন। এখন তাকে ওই সংখ্যা দিয়ে জাদুর সংখ্যাটিকে গুণ করতে বলুন। যেহেতু এটা বেশ বড় সংখ্যার গুণ, তাই ক্যালকুলেটর ব্যবহার করা যেতে পারে।

এবার অবাক হওয়ার পালা। গুণফলটি হবে একের পর এক সেই একই অঙ্ক, যা আপনার বন্ধু নিজে বেছে নিয়েছিল।

যেমন ধরা যাক, আপনার বন্ধু বলল, তার পছন্দের অঙ্ক ৭। এখন আপনাকে এমন একটি সংখ্যা চট করে বলতে হবে যা দিয়ে আগে উল্লেখিত জাদুর সংখ্যা ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৯-কে গুণ করলে গুণফল হবে ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭!। পরপর নয়টি ৭-এর বিরাট এক সংখ্যা।

প্রশ্ন হলো, আপনি কীভাবে বের করলেন সেই রহস্যময় সংখ্যাটি, যা দিয়ে জাদুর সংখ্যাকে গুণ করলে এমন ছন্দময় একটি অবাক করা বিশাল সংখ্যা পাওয়া যাবে?

আপনাকে আসলে তেমন কিছু করতে হয়নি। আপনার বন্ধু যে অঙ্কটি বলবে, আপনি তাকে শুধু ৯ দিয়ে গুণ করে প্রাপ্ত সংখ্যাটি দিয়ে জাদুর সংখ্যাকে গুণ করতে বলবেন।

যেমন, আপনার বন্ধু বলেছে ৭। আপনি দেখলেন ৭ × ৯ = ৬৩। তাই বন্ধুকে ৬৩ দিয়ে গুণ করতে বলুন।

১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৯ × ৬ ৩ = ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭ ৭!

বন্ধুটি যদি বলে ৮, আপনি বলুন (৮ × ৯) = ৭২ দিয়ে মূল সংখ্যাটিকে গুণ করতে। দেখা যাবে, গুণফলটি কেবল ৮-এর সমাহার।

১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৯ × ৭ ২ = ৮ ৮ ৮ ৮ ৮ ৮ ৮ ৮ ৮!

অর্থাৎ বন্ধুটি যে অঙ্ক বেছে নিচ্ছে, সেটাই আপনি বেশি করে তাকে ফিরিয়ে দিলেন। অন্য যেকোনো অঙ্ক ধরলে একই নিয়মে শুধু সেই অঙ্কসংবলিত সংখ্যা দাঁড় করানো যায়।

লক্ষ করুন, জাদু সংখ্যা আট অঙ্কের, কিন্তু গুণফলটি প্রতি ক্ষেত্রেই নয় অঙ্কের।

কীভাবে এটা হয়

প্রথমে লক্ষ করুন, ১০০-কে ৮১ দিয়ে ভাগ করলে একটি অবাক সংখ্যা পাওয়া যায় :

১০০ ÷ ৮১ = ১.২৩৪৫৬৭৯০১২৩৪৫৬৭৯০১২৩৪৬

এই বিশাল যোগফলকে আমরা সংক্ষেপে লিখতে পারি এভাবে :

১০০ ÷ ৮১ = ১.২৩৪৫৬৭৯

এখন দুপাশের সংখ্যাকে এক কোটি দিয়ে গুণ করলে পাব

১,০০,০০,০০০ × (১০০ ÷ ৮১) = ১২৩৪৫৬৭৯

এটাই তো আপনার জাদুর সংখ্যা! তার মানে আপনার জাদুর সংখ্যাটি আসলে (১০০ ÷ ৮১), এই ভাগ ফলের সঙ্গে সম্পর্কিত। যখন আপনি জাদুর সংখ্যাটিকে ৯ দিয়ে গুণ করেন, তখন আসলে জাদুর সংখ্যাটি (১০০ ÷ ৮১) এর পরিবর্তে $\left(\frac{১০০}{৮১} \times ৯\right)$ অর্থাৎ (১০০ ÷ ৯)-এর সঙ্গে সম্পর্কিত একটি সংখ্যায় রূপান্তরিত হয়। (১০০ ÷ ৯) দিয়ে গুণ করা হয়।

এখন যেহেতু ১০০-কে ৯ দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায় ১১.১১১১১১১ এবং একে ১ কোটি দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যায় ১১১১১১১১১, তাই এর পর আপনি ১ থেকে ৯ পর্যন্ত যেকোনো অঙ্ক দিয়েই গুণ করুন না কেন, উত্তরটি হবে সেই একই অঙ্ক পরপর নয়বার। যেমন পাওয়া গেছে ৭৭৭৭৭৭৭৭৭ বা ৮৮৮৮৮৮৮৮৮!

$$= ১২৩৪৫৬৭৯ \times ৯$$
$$= ১,০০,০০,০০০ \times \left(\frac{১০০}{৮১}\right) \times ৯$$
$$= ১,০০,০০,০০০ \times \left(\frac{১০০}{৯ \times \cancel{৯}}\right) \times \cancel{৯}$$
$$= ১,০০,০০,০০০ \times \frac{১০০}{৯}$$
$$= ১১১১১১১১১১$$

১০০-কে ৮১ দিয়ে ভাগ করে ৯ দিয়ে গুণ

এখন ধরা যাক, ক = (১০০ ÷ ৮১) × ১,০০,০০,০০০ = জাদুর সংখ্যা।

ধরা যাক, আপনার বন্ধু খ অঙ্কটি ধরেছে। আপনি খ-কে ৯ দিয়ে গুণ করেছেন। তাহলে দাঁড়াল :

জাদুর সংখ্যা × খ × ৯ = (১০০ ÷ ৮১) × ১,০০,০০,০০০ × খ × ৯

= (১০০ ÷ ৯) × খ × ১,০০,০০,০০০

= ১১১১১১১১১১ × খ

= খখখখখখখখখ

এখন খ-এর মান ১ থেকে ৯-এর মধ্যে যেকোনো অঙ্কই হোক না কেন, তার মান নয়টি একই অঙ্কের সমন্বয়ে গঠিত সংখ্যাই হবে।

এটা জানার পর পাঠক নিজের মনেই বলে উঠবেন, ওহ্, এই ব্যাপার!

গুণ না করেও গুণ

খেলার ছলে আপনি বন্ধুদের বললেন, আমি বড় বড় সংখ্যার গুণফল গুণ না করে শুধু যোগ করেই বের করতে পারি।

কেউ কেউ হয়তো হেসে উঠে বলবেন, এ আর নতুন কী, গুণ মানে তো আসলে শেষ পর্যন্ত যোগ।

—কীরকম, আপনি জিজ্ঞেস করলেন।

—এই যেমন ধর, ৬ × ৪ = ২৪ = ৬ + ৬ + ৬ + ৬, মানে ৬-কে পরপর চারবার লিখে যোগ করা! অথবা, ৭ × ৮ = ৫৬। এখানে গুণ করার পরিবর্তে ৭-কে ৮ বার লিখে যোগ করলেও একই ফল পাওয়া যাবে! এ আর নতুন কী?

আপনি এবার হেসে বললেন, আরে, সে তো সবাই জানে। কিন্তু আমার জাদুটা দেখ, এটা সাধারণ যোগ নয়।

—যেমন?

—এই যেমন, তুই দুটি সংখ্যার গুণফল বের করতে বল, আমি চট করে বের করে দেব।

—আচ্ছা, ঠিক আছে। বল দেখি ৫৩ × ২৯ = ?

এবার আপনি ভাব দেখালেন যেন সমস্যায় পড়েছেন। মাথা চুলকে বললেন, এত বড় দুটি সংখ্যার গুণফল বের করা কঠিন। তবু দেখি কী করা যায়।

একটা কাগজে আপনি কিছু সংখ্যা একের পর এক লিখে যান। কিছু সংখ্যা কেটে বাদ দিন। কোনটার পর কোনটা লিখছেন, আর কেনই বা কোনো সংখ্যা কেটে বাদ দিচ্ছেন, তা বোঝা মুশকিল। একেবারে শেষে লম্বা একটা দাগ দিয়ে নিচে খসখস করে কিছু সংখ্যার যোগফল লিখে বললেন, এই যে তোর গুণ ফল : ৫৩ × ২৯ = ১৫৩৭। দেখলি তো তোর চোখের সামনেই কিছু সংখ্যা যোগ করে আমি গুণফলটা বের করে দিলাম!

কীভাবে করলেন

এ ধরনের বড় গুণফল যোগ করে বের করার জন্য সংখ্যা দুটিকে প্রথমে কাগজের বাঁ ও ডান পাশে লিখতে হবে। আমাদের ৫৩ ও ২৯-এর গুণফল বের করতে হবে। প্রথমে কাগজের বাঁ পাশে ৫৩ ও ডান পাশে ২৯ সংখ্যা দুটি লিখি।

এরপর বাঁ পাশে ৫৩-কে অর্ধেক করে ভগ্নাংশটুকু বাদ দিয়ে প্রাপ্ত ২৬ সংখ্যাটি ৫৩-এর নিচে লিখি। এর নিচে লিখি ২৬-এর অর্ধেক, ১৩ এবং এইভাবে একই প্রক্রিয়ায় অর্ধেক করে করে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলো একটির নিচে একটি লিখে যাই, যতক্ষণ পর্যন্ত ভাগফল ১ না হয়। প্রতিবার অর্ধেক করার পর যদি ভগ্নাংশ থাকে সেই ভগ্নাংশটুকু বাদ দিয়ে পূর্ণ সংখ্যাটি লিখতে হবে।

এতে ৫৩-র নিচের সংখ্যাগুলো হবে ২৬, ১৩, ৬, ৩ ও ১ । এবার ডান পাশে ২৯-এর নিচে আরেকটি স্তম্ভ দাঁড় করাই। তবে এবার প্রতি পদের সংখ্যাটি দ্বিগুণ করে একটির নিচে একটি করে লিখতে হবে।

প্রাপ্ত নতুন স্তম্ভটি হবে ২৯-এর নিচে যথাক্রমে ৫৮, ১১৬, ২৩২, ৪৬৪ ও ৯২৮।

এখন বাঁ পাশের কলামে যে কয়টি জোড় সংখ্যা থাকবে, সেই কয়টি সারি (ডান পাশের স্তম্ভের সংখ্যাটিসহ) কেটে বাদ দিই। এরপর ডান পাশের স্তম্ভের অবশিষ্ট সংখ্যাগুলো যোগ করলেই আমরা নির্ণেয় গুণফলটি পাব।

৫৩	২৯
~~২৬~~	~~৫৮~~
১৩	১১৬
~~৬~~	~~২৩২~~
৩	৪৬৪
১	৯২৮
	১৫৩৭

৫৩ × ২৯ = ১৫৩৭

২৯ + ১১৬ + ৪৬৪ + ৯২৮ = ১৫৩৭

কৌশলটি কী

গুণের এই কৌশল বাইনারি সংখ্যাপদ্ধতির ভিত্তিতে প্রণীত। আপনি যা করেছেন, তা আসলে ২৯-এর যথাক্রমে ১, ৪, ১৬ ও ৩২ গুণ সংখ্যাগুলোর যোগফল বের করেছেন, যার অর্থ আসলে ২৯-কে ৫৩ বার যোগ করা; কারণ, ১ + ৪ + ১৬ + ৩২ = ৫৩। অর্থাৎ ৫৩-কে ২৯ দিয়ে গুণ না করে কৌশলে যে যোগফলটি বের করেছেন তা ২৯-কে ৫৩ বার লিখে যোগ করার সমতুল্য। এভাবে আপনি যোগ করে গুণফলটি বের করেছেন।

সহায়ক গ্রন্থাবলি

১. *ম্যাজিক স্কয়ার*, লুই স্মাইল, কিনডেল এডিশন

২. *ক্ল্যাসিক ম্যাথম্যাজিক*, রেমন্ড ব্লাম, এডাম হার্ট-ডেভিজ, বব লঞ্জ ও ডেরিক নিয়েডারম্যান, মেইন স্ট্রিট পাবলিকেশন, নিউ ইয়র্ক, ২০০২

৩. *সিক্রেটস অব মেন্টাল ম্যাথ*, আর্থার বেঞ্জামিন ও মাইকেল শারমার, র‍্যানডম হাউস, নিউ ইয়র্ক, ২০০৬, কিনডেল এডিশন

৪. *সায়েন্স পাজলারস*, মার্টিন গার্ডনার, দ্য ভাইকিং প্রেস, নিউ ইয়র্ক, ১৯৬০

৫. *দ্য লোর অব লার্জ নাম্বারস*, ফিলিপ জে. ডেভিস, র‍্যানডম হাউস, ১৯৬১

৬. গণিতবিষয়ক বিভিন্ন ওয়েব পেজ

আব্দুল কাইয়ুম অত্যন্ত বিজ্ঞানমনস্ক মানুষ—নানা প্রকাশনায় তাঁর সিংহভাগ লেখার বিষয়ই বিজ্ঞান। একটি পিঁপড়া কেন অনেক উঁচু থেকে পড়ে গেলেও মারা যায় না—এরকম নানা বিষয়ের অত্যন্ত সহজ ও যুক্তিগ্রাহ্য কারণ উপস্থাপন করে আমাদের দেশের কিশোর-তরুণদের মধ্যে বিজ্ঞানকে জনপ্রিয় করতে আব্দুল কাইয়ুমের জুড়ি নেই। তাঁর এই অসাধারণ ক্ষমতা আবারও প্রকাশ পেল *গণিতের জাদু* বইটিতে। আমি নিশ্চিত, এই বইয়ের মাধ্যমে আমাদের দেশে বিনোদন-গণিতের ব্যবহার বাড়বে।

অধ্যাপক মোহাম্মদ কায়কোবাদ
কম্পিউটার সায়েন্স অ্যান্ড ইঞ্জিনিয়ারিং বিভাগ
বাংলাদেশ প্রকৌশল বিশ্ববিদ্যালয় (বুয়েট)
সদস্য, বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

সেকায়েপ

গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার
মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর, শিক্ষা মন্ত্রণালয়
সেকেন্ডারি এডুকেশন কোয়ালিটি অ্যান্ড অ্যাকসেস এনহান্সমেন্ট প্রজেক্ট
২০১৬ শিক্ষা বছরে পাঠাভ্যাস উন্নয়ন কর্মসূচির মূল্যায়ন পরীক্ষায় বিজয়ীদের জন্য মুদ্রিত

সপ্তম শ্রেণির পুরস্কার

বিক্রির জন্য নয়